

Bojan Majes<sup>1</sup>

**MEJNA NAPETOSTNA STANJA V TEMELJNIH TLEH -  
STABILNOSTNE ANALIZE**

---

<sup>1</sup> izr.prof. dr. Bojan Majes, udig.  
Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo  
Katedra za mehaniko tal z laboratorijem  
Ljubljana, Jamova c. 2

# MEJNA NAPETOSTNA STANJA V TEMELJNIH TLEH

## 1.0 Uvod

V temeljnih tleh vlada napetostno stanje, ki je posledica:

- lastne teže tal,
- sil hidravličnega polja (talna voda) in
- obtežbe objektov, ki obremenjujejo temeljna tla.

Napetosti v temeljnih tleh izračunamo kot vsoto prvotnih napetosti (lastna teža - gravitacija - in sil hidravličnega polja) in dodatnih napetosti zaradi obtežbe objektov. Ločimo totalne in efektivne napetosti.

$$\sigma_{ij\beta} = \sigma_{ij\alpha} + \Delta\sigma_{ij} \quad (1.1)$$

$$\sigma'_{ij\beta} = \sigma'_{ij\alpha} + \Delta\sigma'_{ij} \quad (1.2)$$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}u \quad (1.3)$$

$$\Delta\sigma'_{ij} = \Delta\sigma_{ij} - \delta_{ij}\Delta u \quad (1.4)$$

Če je površje temeljnih tal nagnjeno (ne glede na prisotnost talne vode), je lahko že prvotno napetostno stanje takšno, da ustreza mejnemu napetostnemu stanju. V takih primerih govorimo o labilnih pobočjih.

Če so prvotna napetostna stanja manjša od mejnih napetostnih stanj, pa lahko takšna mejna napetostna stanja v temeljnih tleh povzročimo s preveliko obtežbo objektov ali s spremembo režima talne vode v temeljnih tleh (pri nagnjenemu površju temeljnih tal). Mejna napetostna stanja lahko dodatno označimo z indeksom  $f$  ( $\sigma_{ijf}$ ). Zaradi preglednosti bomo takšna mejna napetostna stanja pisali brez dodatnih oznak.

## 2.0 Mejna napetostna stanja

V mejnem napetostnem stanju, morajo dosežene napetosti v porušitvenem področju, porušnem pasu ali porušni ploskvi (drsini) ustrezati dvema pogojema:

- ravnovesnim enačbam in
- pogoju porušitve ... Mohr – Coulomb

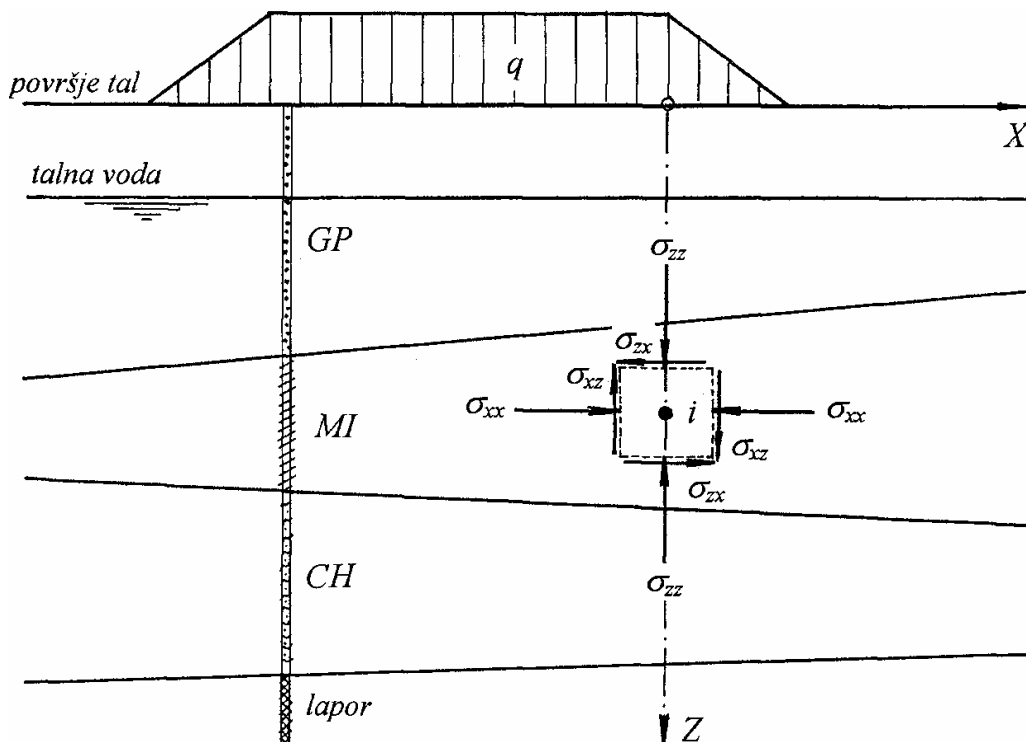
Če se omejimo na ravninske probleme v ravnini  $x, z$  (na sliki (1) so prikazane napetosti v izbrani točki polprostora, ki je na površju obremenjen z obtežbo nasipa), imamo dve ravnovesni enačbi:

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \gamma \quad (2.2)$$

Coulombov strižni zakon:

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad (2.3)$$



Slika 1: Napetostno stanje v izbrani točki polprostora obremenjenega s cestnim nasipom

Mejno napetostno stanje izraženo z Mohrovim krogom je prikazano na sliki (2). V vsaki točki polprostora je možno iz Mohrovega napetostnega kroga določiti smer drsine in psevdodrsine, v kateri je izčrpana strižna odpornost.

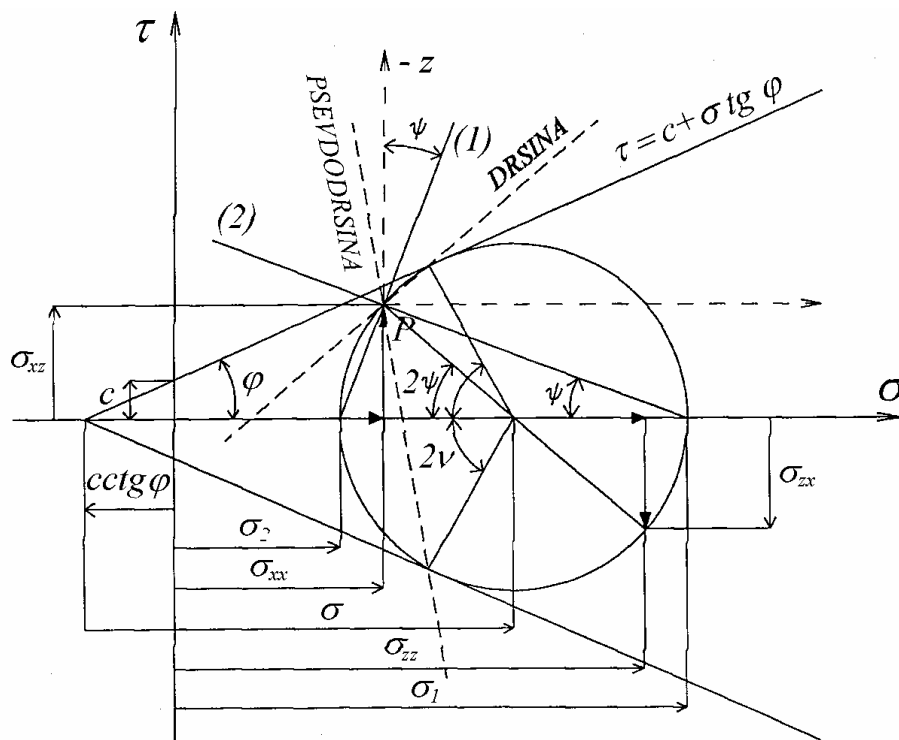
Napetosti  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$  in  $\sigma_{xz}$  izrazimo z napetostjo  $\sigma$ , trdnostnima parametroma  $c$  in  $\varphi$  in kotom  $\psi$ :

$$\sigma_{xx} = \sigma (1 - \sin \varphi \cos 2\psi) - c \cot \varphi \quad (2.4)$$

$$\sigma_{zz} = \sigma (1 + \sin \varphi \cos 2\psi) - c \cot \varphi \quad (2.5)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma \sin \varphi \sin 2\psi \quad (2.6)$$

Če izraze (2.4) do (2.6) vstavimo v ravnovesni enačbi (2.1) in (2.2) in pri tem zanemarimo kohezijo ( $c = 0$ , enačba (2.3)), dobimo dve parcialni diferencialni enačbi (Kötter):



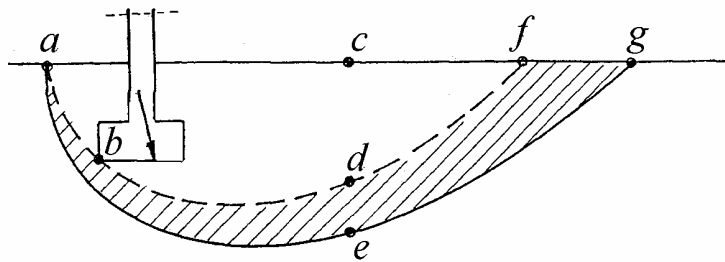
Slika 2: Mejno napetostno stanje: Mohr – Colombov kriterij porušitve

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} (1 - \sin \varphi \cos 2\psi) + 2\sigma \sin \varphi \sin 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} \sin \varphi \sin 2\psi + 2\sigma \sin \varphi \cos 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} \sin \varphi \sin 2\psi + 2\sigma \sin \varphi \cos 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} (1 + \sin \varphi \cos 2\psi) - 2\sigma \sin \varphi \sin 2\psi \frac{\partial \psi}{\partial z} = \gamma \quad (2.8)$$

Če razrešimo ti dve parcialni diferencialni enačbi, upoštevajoč robne pogoje, lahko določimo v temeljnih tleh vse možne drsine in psevdodrsine, ki nastanejo, če so temeljna tla obremenjena z mejno obtežbo. Iz ravnovesnih enačb lahko izračunamo tudi velikost mejne obtežbe. Običajno je reševanje teh enačb zaradi kompliciranih robnih pogojev izredno težko. V analitični obliki je znano le malo rešitev teh parcialnih rešitev za enostavne primere (n.pr. Rankinne za brezkraino pobočje, Caquot – Kerisel za račun zemeljskih pritiskov), za numerično reševanje parcialnih diferencialnih enačb, pa je najbolj prikladen numerični postopek Sokolovskega (za pasovne obremenitve temeljnih tal).

Do porušitve temeljnih tal pride, če je strižna odpornost izčrpana znotraj nekega zaključenega področja temeljnih tal, ali znotraj zaključenega pasu tal, ali vzdolž sklenjene ploskve v temeljnih tleh.



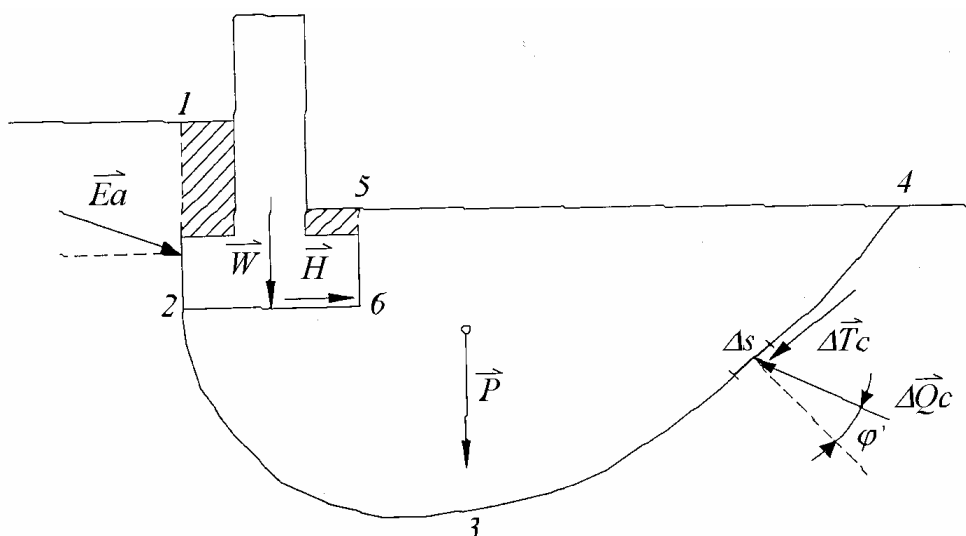
Slika 3: Področja izčrpanja strižne odpornosti v temeljnih tleh

### 3.0 Analiza s poljubnimi potencialnimi drsinami:

Nevarnost porušitve temeljnih tal lahko ugotovimo tudi tako, da analiziramo nevarnost zdrsa temeljnih tal po potencialni drsni ploskvi (drsinici). V takšnih primerih obravnavamo temeljna tla kot tog idealno elasto – plastičen medij. Za togo telo, ki je omejeno s površjem temeljnih tal (vključno z obremenitvijo) in potencialno drsno ploskvijo, ugotovimo iz ravnovesnih enačb tisto strižno odpornost, ki zagotavlja ravnovesje teži temeljnih tal, silam hidravličnega polja v temeljnih tleh in obremenitvi temeljnih tal.

Drugače povedano: iščemo ravnovesje med reaktivnimi silami vzdolž drsne ploskve in aktivnimi silami, ki delujejo na togo zemljinsko telo omejeno s površjem temeljnih tal in potencialno drsno ploskvijo.

Večino problemov lahko obravnavamo kot ravninske probleme, n.pr.: pasovno obtežbo temeljnih tal. V obravnavani ravnini je projekcija potencialne drsne ploske sklenjena linija (črta).



Slika 4: Potencialna drsna ploskev v temeljnih tleh, obremenjenih s pasovnim temeljem nekega objekta

Ravnovesje med aktivnimi in reaktivnimi silami je podano z enačbo:

$$\vec{E}_a + \vec{W} + \vec{H} + \vec{P} = \vec{Q}_\varphi + \vec{T}_c \quad (3.1)$$

Če upoštevamo Coulombov strižni zakon:

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad (3.2)$$

lahko ravnovesni sili izračunamo po enačbah:

$$T_c = \int_s c ds \quad (3.3)$$

$$\vec{Q}_\varphi = \vec{N} + \vec{T}_\varphi = \vec{N}(1 + \tan \varphi) \quad (3.4)$$

$$Q_\varphi = \int_s \sigma(1 + \tan \varphi) ds \quad (3.4a)$$

Ravnovesje med aktivnimi in reaktivnimi silami bo izkazano pri določeni računsko potrebni (mobilizirani) strižni odpornosti temeljnih tal:

$$\tau_{pot} = \tau_{rač} = \tau_{mob} \equiv \tau_m \quad (3.5)$$

Ta pa je lahko enaka dejanski strižni odpornosti tal (mejno ravnovesje), lahko je večja od dejanske strižne odpornosti tal (nastopi zdrs oziroma porušitev tal), lahko pa je manjša od dejanske strižne odpornosti temeljnih tal (varno proti zdrs oziroma poružitvi temeljnih tal).

Razmerje med dejansko in mobilizirano strižno odpornostjo definiramo kot količnik varnosti napram zdrs temeljnih tal:

$$F = \frac{\tau}{\tau_m} \quad (3.6)$$

Količnik varnosti  $F$  lahko v omenjenih treh primerih doseže tri reprezentativne vrednosti:

$F = 1$  ... mejno (labilno) stanje

$F < 1$  ... zdrs (porušitev) temeljnih tal (3.7)

$F > 1$  ... ni nevarnosti zdrsa (poružitve) temeljnih tal

Ker v naprej ne poznamo drsne ploskve, po kateri je nevarnost pojava poružitve temeljnih tal največja (najmanjši količnik varnosti), moramo račune izvesti za več različnih potencialnih drsnih ploskev (drsin). Merodajna je tista drsina z najmanjšim količnikom varnosti ( $F_{min}$ ).

Da ne pride do poružitve temeljnih tal, morajo biti napetostna stanja v njih manjša od mejnih napetostnih stanj. Razmerje med dopustnimi in mejnimi vrednostmi napetostnih stanj v temeljnih tleh je predpisano z ustreznimi predpisi. Evropski predstandard EUROCODE predpisuje varnost napram poružitvi temeljnih tal na dva načina:

(i) Ob začetku konsolidacije v temeljnih tleh z minimalnim količnikom varnosti:

$$F_{cu} = 1.4 \quad (3.8)$$

kjer pomeni:

$$F_{cu} = \frac{\tau_u}{\tau_{um}} = \frac{c_u}{c_{um}} \quad (3.9)$$

če računamo mejna napetostna stanja v temeljnih tleh z nedrenirano strižno trdnostjo ( $\tau_u = c_u$ ).

(ii) Po končani konsolidaciji v temeljnih tleh z minimalnima količnikoma varnosti:

$$F_{\varphi} = 1.25 \text{ in } F_c = 1.25 \quad (3.10)$$

kjer pomeni:

$$F_{\varphi} = \frac{\tan \varphi'}{\tan \varphi'_m}, \quad F_c = \frac{c'}{c'_m} \quad (3.11)$$

če računamo mejna napetostna stanja v temeljnih tleh z drenirano strižno trdnostjo ( $\tau = c' + \sigma \tan \varphi'$ ).

V obeh primerih računov je bolje, če računske analize izvedemo že z mobiliziranimi trdnostnimi parametri:

$$c_{um} = \frac{c_u}{F_{cu}} \quad (3.12)$$

oziroma:

$$\varphi'_m = \arctan \frac{\tan \varphi'}{F_{\varphi}}, \quad c'_m = \frac{c'}{F_c} \quad (3.13)$$

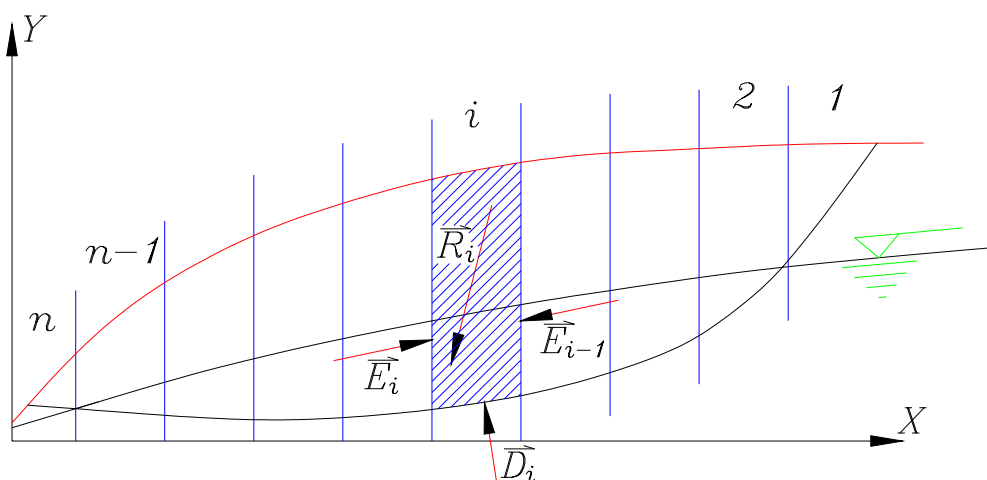
in ugotavljamo, če je za vsako predpostavljeno drsino rezultirajoči količnik varnosti večji od vrednosti 1 ( $F > 1$ ).

V praksi enačbe (3.3) in (3.4a) težko rešimo matematično natančno (z integriranjem). Postopamo tako, da togo zemljinsko telo, ki je omejeno s površjem temeljnih tal in predpostavljeno drsno ploskvijo razdelimo z vertikalnimi mejnicami (slika 5) na pravilna geometrijska telesa (v ravnini  $x, y$  na trapeze ali trikotnike). Za vsak takšen segment – **lamelo** – določimo težišče in rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja  $R_i$ . Ravnesje togega telesa (enačba 3.1) med **rezultanto aktivnih sil** (teža zemljinskega telesa, sile hidravličnega polja in obtežbe objektov) in **rezultanto reaktivnih sil** (rezultanto normalnih napetosti  $\sigma$  in rezultanto strižnih napetosti  $\tau$ ) vzdolž drsne ploskve določimo iz ravnovesnih enačb. Če obravnavamo ravninske primere (v ravnini  $x, y$ ), imamo tri ravnovesne enačbe:

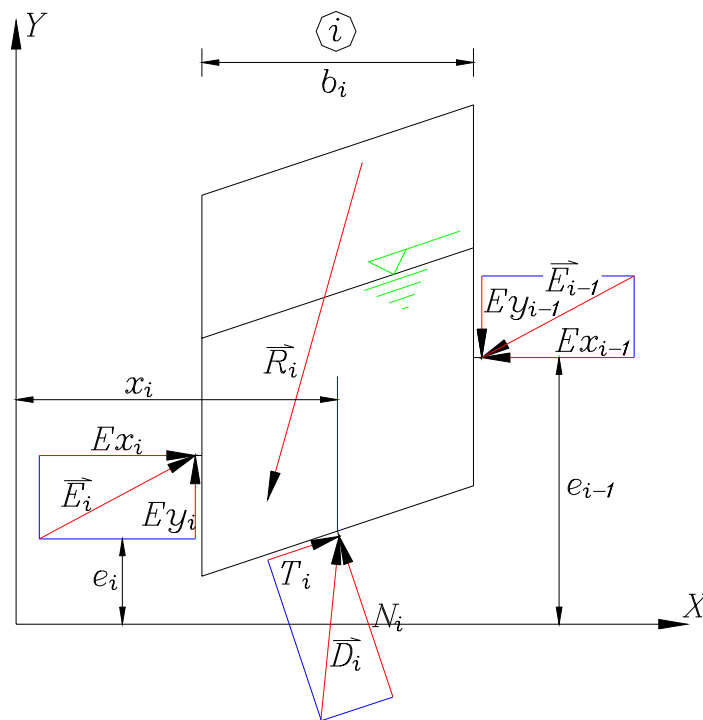
$$\sum X = 0 \quad , \quad \sum Y = 0 \quad , \quad \sum M = 0 \quad (3.14)$$

Ravnovesje togega telesa bo izpolnjeno pri ustrezni strižni odpornosti temeljnih tal vzdolž potencialne drsne ploskve  $\tau_m$ . Razmerje med dejansko strižno odpornostjo temeljnih tal ( $\tau$ ) in za ravnovesje potrebno strižno odpornostjo ( $\tau_m$ ) določa količnik varnosti  $F = \tau / \tau_m$  napram porušitvi temeljnih tal. Ravnovesne enačbe togega telesa lahko rešujemo na dva načina:

- če so temeljna tla homogena in če je potencialna predpostavljena drsina takšna, da jo lahko matematično definiramo (krožnica, ravna drsina ali logaritmčna spirala), rešimo ravnovesne enačbe hkrati za celo togo zemljinsko telo med pobočnico in drsino  $\Rightarrow$  *REZULTANTNA METODA* (Pettersen 1916)
- če temeljna tla niso homogena, ali če potencialna predpostavljena drsina ni takšna, da jo lahko matematično definiramo (poligonalna drsina), togo zemljinsko telo med pobočnico in drsino razdelimo na poljubno število vertikalnih lamel in rešimo ravnovesne enačbe za vsako lamelo zase ob upoštevanju pogoja, da so reaktivne medlamelne sile na mejnici med dvema zaporednima lamelama enake  $\Rightarrow$  *LAMELNA METODA* (Fellenius 1922)



Slika 5: Razdelitev togega telesa na n lamel



Slika 6: Rezultanta aktivnih sil in reaktivne sile i-te lamele

### Enačbe in neznanke

#### 1 lamela

ravnovesne enačbe:

$$\begin{array}{ll} \sum x = 0 & 1 \\ \sum y = 0 & 1 \\ \sum M = 0 & 1 \end{array}$$

pogoj porušitve:

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad 1$$

skupaj 4 enačbe

neznane sile:

$$\begin{array}{ll} E x_i & 1 \\ E y_i & 1 \\ e_i & 1 \\ T_i & 1 \\ N_i & 1 \\ x_i & 1 \\ F & 1 \end{array}$$

skupaj 7 neznank

#### n – lamel (celo togo telo)

ravnovesne enačbe:

$$\begin{array}{ll} \sum x = 0 & n \\ \sum y = 0 & n \\ \sum M = 0 & n \end{array}$$

pogoj porušitve:

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad n$$

skupaj 4n enačb

neznane sile:

$$\begin{array}{ll} E x_i & n-1 \\ E y_i & n-1 \\ e_i & n-1 \\ T_i & n \\ N_i & n \\ x_i & n \\ F & 1 \end{array}$$

skupaj 6n - 2 neznank

Če razdelimo togo telo na  $n$  lamel, dobimo  $4n$  enačb in  $6n - 2$  neznank. Število neznank je za  $2n - 2$  večje od števila enačb.

V primeru **rezultantne metode** (1 sama lamela) imamo 4 enačbe za izračun 4 neznank. Pri rezultantni metodi ni medlamelnih sil. Od tod razlika med številom neznank pri 1 lameli (7) in pri rezultantni metodi.

V primeru večjega števila lamel (**lamelna metoda**) moramo v naprej predpostaviti  $2n - 2$  neznank. Dobljene rezultate (za ostalih  $4n$  neznank) moramo kvantitativno in kvalitativno preveriti.

Po tem, kakšne predpostavke uvedemo v račun stabilnosti, se razlikujejo medseboj različne numerične metode. Najbolj znane metode:

**Fellenius (1922):**

$n-1$  predpostavk za prijemališče medlamelnih sil  $e_i$  in  
 $n-1$  predpostavk za naklone medlamelnih sil  $Ey_i / Ex_i$ .  
Skupaj  $2n - 2$  predpostavk.

**Janbu (1957):**

$n-1$  predpostavk za prijemališča medlamelnih sil  $e_i$  in  
 $n$  predpostavk za prijemališča  $x_i$  reaktivnih sil  $N_i$  v dnu lamele.  
Skupaj  $2n - 1$  predpostavk. Imamo 1 enačbo več, kot je neznank.

**Bishop (1955):**

$n-1$  predpostavk za velikost medlamelnih sil  $Ex_i = 0$  in  
 $n$  predpostavk za prijemališča  $x_i$  reaktivnih sil  $N_i$  v dnu lamele.  
Skupaj  $2n - 1$  predpostavk. Imamo 1 enačbo več, kot je neznank.

**Morgenstern & Price (1965):**

$n-1$  predpostavk za naklone medlamelnih sil  $Ey_i / Ex_i$  in  
 $n$  predpostavk za prijemališča  $x_i$  reaktivnih sil  $N_i$  v dnu lamele.  
Skupaj  $2n - 1$  predpostavk. Imamo 1 enačbo več, kot je neznank.  
Avtorja sta uvedla dodatno neznancko  $\lambda$ , s katero se pomnožijo predpostavljeni nakloni medlamelnih sil  $Ey_i / Ex_i$ .

#### **4.0 Rezultanta gravitacijskega in hidravličnega polja zemljinskega togega telesa**

Da bi lahko določili rezultanto aktivnih sil, ki deluje na togo telo, omejeno s površjem temeljnih tal in predpostavljeno potencialno drsno ploskvijo, moramo razpolagati z ustreznim geološko – geotehničnim prerezom temeljnih tal. Iz takšnega prereza mora biti razvidno:

- morfologija površja terena (pobočnica),
- sestava tal (lega in debeline različnih plasti),
- mehanske lastnosti zemljin / hribin, ki sestavljajo tla (prostorninska teža in strižna trdnost) in
- nivo talne vode

## Hidravlično polje

Da bi lahko določili sile hidravličnega polja, ki delujejo na zemljinsko telo, moramo poznati poleg precejne črte (gladina talne vode) tudi strujnice in nivojnice. Takšna mreža strujnic in nivojnic lahko določimo tako, da rešimo parcialno diferencialno enačbo:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \dot{e} = 0 \quad (4.1)$$

Ta enačba velja za stacionarno strujanje talne vode skozi zemljino. Pri tem se poroznost zemljine s časom ne spreminja. Enačba (4.1) ima za anizotropne prepustne zemljine obliko:

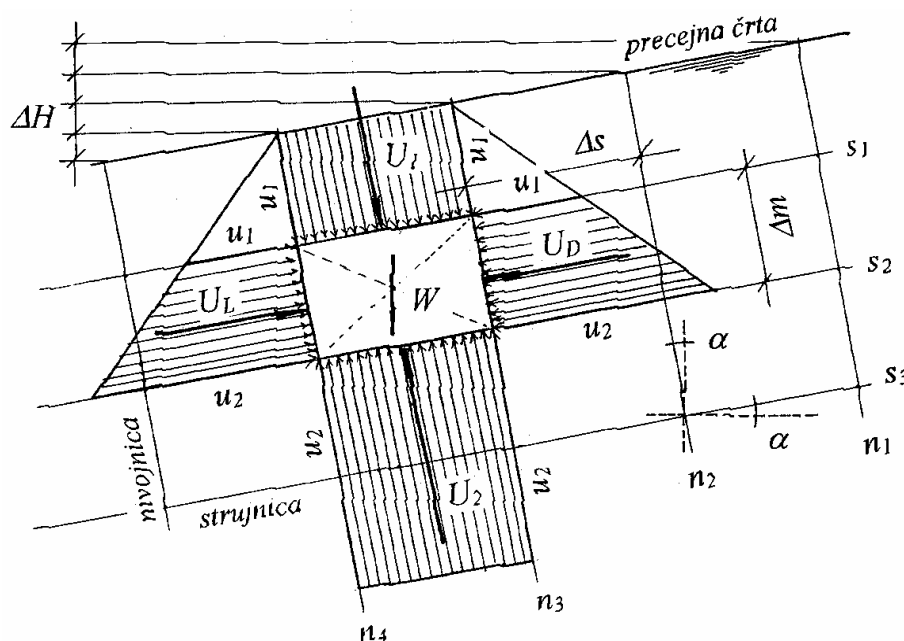
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.2)$$

in za prepustno izotropne ( $k = k_x = k_y = k_z$ ) in homogene zemljine obliko:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \nabla^2 H = 0 \quad (4.3)$$

S  $k$  smo označili prepustnost zemljine, s  $H$  pa piezometrično višino, merjeno od izbrane točke s koordinatama  $x$  in  $y$  do precejne črte.

Strujnice in nivojnice so med seboj pravokotne. Takšna idealizirana mreža strujnic in nivojnic je prikazana na sliki (7).



Slika 7: Mreža strujnic in nivojnic in delujoče sile hidravličnega polja na del zemljinskega telesa

Če označimo razdaljo med zaporednimi nivojnicami z  $\Delta s$ , razdaljo med zaporednima strujnicama pa z  $\Delta m$ , se skozi prostor med dvema strujnicama in širine 1m, pretaka vodna količina, ki jo izračunamo tako, da upoštevamo Darcyev zakon:

$$q = v A = (k i) (\Delta m) = \left( k \frac{\Delta H}{\Delta s} \right) (\Delta m) \quad (4.4)$$

Stacionarno strujanje vode skozi zemljino bo takrat, kadar bo pretok med poljubnima dvema zaporednima strujnicama in med dvema zaporednima nivojnicama konstanten.

Če je zemljina prepustno izotropna in če je med nivojnicami piezometrična višina konstantna, sledi pogoj:

$$\frac{\Delta m}{\Delta s} = \text{const.} \quad (4.5)$$

Na zemljinsko telo, med dvema zaporednima nivojnicama in strujnicama, prostornine  $V$  in teže  $W$ :

$$V = \Delta s \Delta m \quad , \quad W = V \gamma \quad (4.6)$$

deluje talna voda s hidrostatskimi pritiski. Rezultanta teh pritiskov:

$$\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_L + \bar{U}_D \quad (4.7)$$

pa je enaka tudi vsoti vzgonske sile  $W_u$  (teža izpodrinjene vode, ki je neodvisna od globine) in strujne sile  $S$ .

$$\bar{U} = \bar{W}_u + \bar{S} \quad (4.8)$$

$$W_u = V \gamma_w \quad (4.9)$$

$$S = V \gamma_w \frac{\Delta H}{\Delta s} = V \gamma_w i \quad (4.10)$$

Velikost strujne sile (enačba 4.10) izračunamo posredno s pomočjo rezultante filtracijskih pritiskov  $F$ , to je rezultante trenja med precejajočo se vodo in zemljinimi zrnji.

Rezultanto filtracijskih pritiskov  $F$  izračunamo iz energijske enačbe. Če se delec vode z maso  $m_w$  premakne vzdolž poljubne strujnice med dvema zaporednima nivojnicama za razdaljo  $\Delta s$ , se mu zmanjša njegova potencialna energija na račun zmanjšanja piezometrične višine (za  $\Delta H$ ). Potencialna energija se porabi za delo, ki ga opravi torna sila  $F$  na poti precejanja  $\Delta s$ . Kinetično energijo zaradi majhnih hitrosti precejajoče se vode zanemarimo.

$$\Delta E_p = m_w g \Delta H = V_w \rho_w g \Delta H = V_w \gamma_w \Delta H \quad (4.11)$$

$$A = F \Delta s \quad (4.12)$$

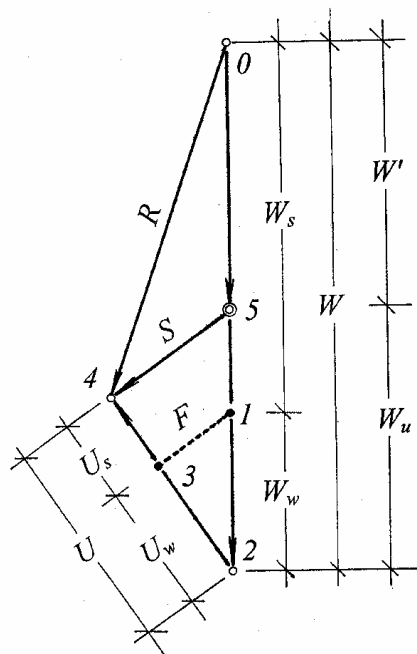
$$\Delta E_p = \Delta E_k + A \Rightarrow$$

$$\Delta E_p = A \Rightarrow V_w \gamma_w \Delta H = F \Delta s \quad (4.13)$$

$$F = V_w \gamma_w \frac{\Delta H}{\Delta s} = V_w \gamma_w i \quad (4.14)$$

Na sliki (8) je prikazana rezultanta gravitacijskega in hidravličnega polja, ki deluje na potopljeni masni delec zemljine. Težo masnega delca zemljine  $W$  lahko razdelimo na težo zrnja  $W_s$ , ki ga vsebuje ta masni delec in na težo vode  $W_w$ , ki je v porah zemljine (volumen por definirajmo z deležem por  $n$ ):

$$W = V \gamma = W_s + W_w = (1-n)V \gamma_s + nV \gamma_w \quad (4.15)$$



Slika 8: Določitev rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja na masni delec potopljene zemljine

Tako kot smo razdelili težo masnega delca zemljine na ustrezno težo zrnja in težo vode v porah zemljine, razdelimo še rezultanto hidrostatskih pritiskov vode  $U$ , ki deluje na potopljeni masni delec zemljine (enačba 4.7), na ustrezno silo  $U_s$ , ki deluje na volumen zrnja in na silo  $U_w$ , ki deluje na volumen porne vode med zrnjem.

$$U = U_s + U_w \quad (4.16)$$

$$U_s : U_w = (1-n)V : nV \Rightarrow$$

$$U_s = (1-n)V \gamma_w, \quad U_w = nV \gamma_w \quad (4.17)$$

Če deluje rezultanta filtracijskih pritiskov  $F$  v težišču potopljenega masnega zemljinkega delca, njena smer pa je definirana s strujnico, ki poteka skozi težišče

masnega delca, potem ima enako lego in smer tudi strujna sila  $S$ . Rezultanta filtracijskih pritiskov je definirana za masni delec vode prostornine  $V_w$ , ki se preceja skozi praznine masnega delca zemljine. Če je celoten volumen potopljene zemljine  $V$ , je volumen praznin  $V_v = V_w$  enak produktu deleža por  $n$  in volumna zemljine  $V$ . Strujno silo definiramo podobno kot rezultanto filtracijskih pritiskov, vendar na celotno prostornino masnega delca potopljene zemljine.

Iz slike (8) razberemo, da velja v poligonu sil naslednje razmerje:

$$\bar{U}_w : \bar{U} = \bar{F} : \bar{S} \Rightarrow \bar{S} = \frac{\bar{U} \bar{F}}{\bar{U}_w} \quad (4.18)$$

Upoštevajoč enačbe (4.14), (4.17) in (4.18) dobimo dokaz za velikost strujne sile, ki smo jo že definirali z enačbo (4.10):

$$S = \frac{(V \gamma_w)(V_w \gamma_w i)}{n V \gamma_w} = \frac{(V_w \gamma_w i)}{n} = \frac{n V \gamma_w i}{n} = V \gamma_w i$$

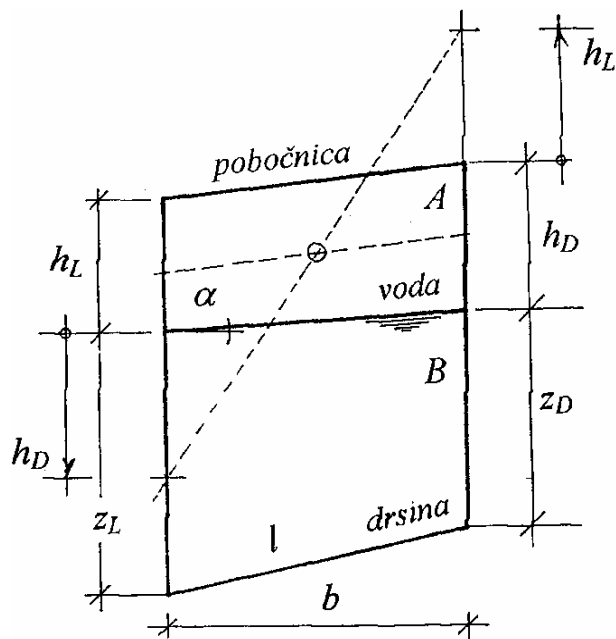
Efektivna (potopljena) teža masnega delca zemljine  $W'$  je enaka razliki totalne teže masnega delca zemljine  $W$  in vzgonski sili  $W_u$ :

$$\bar{W}' = \bar{W} - \bar{W}_u = V \gamma - V \gamma_w = V (\gamma - \gamma_w) = V \gamma' \quad (4.19)$$

Kot je razvidno iz slike (8) lahko rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja, ki deluje na potopljeni masni delec zemljine, izračunamo na dva načina:

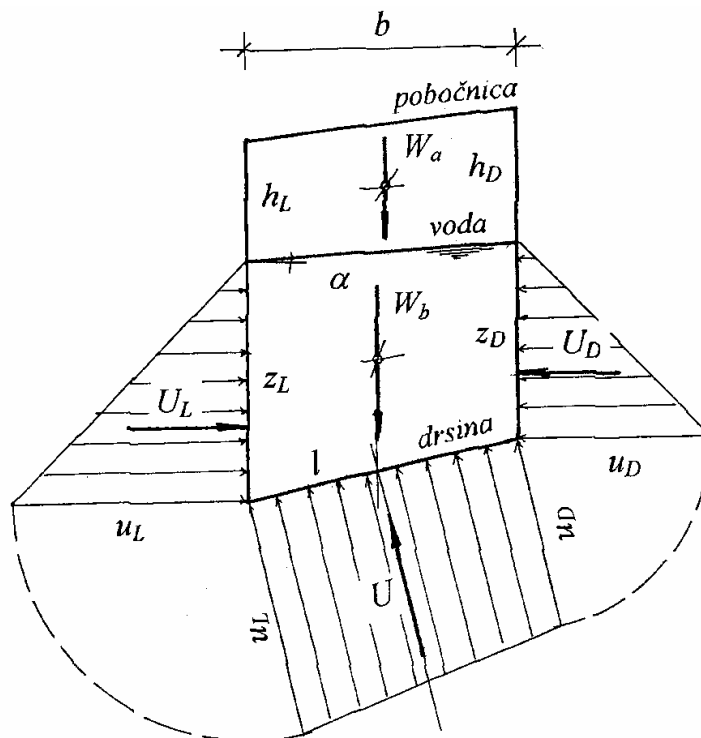
- V prvem primeru - **postopek totalnih prostorninskih tež** - pri izračunu rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja ( $R$ ), upoštevamo pri izračunu teže potopljenega masnega zemljinskega delca totalno prostorninsko težo 100% zasičene zemljine ( $W$ ), rezultanto hidravličnega polja, ki deluje na potopljeni masni delec zemljine, pa določimo kot vektorsko vsoto vseh hidrostatskih pritiskov, ki delujejo na vse omočene ploskve potopljenega delca zemljine ( $U$ ).
- V drugem primeru – **postopek efektivnih prostorninskih tež**, upoštevamo pri izračunu rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja ( $R$ ), ki deluje na potopljeni masni delec zemljine, efektivno prostorninsko težo 100% zasičene zemljine oziroma potopljeno težo ( $W'$ ) in strujno silo ( $S$ ) v težišču masnega delca.

Postopek za določitev rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja v izbrani lameli togega zemljinskega telesa je prikazan na naslednjih treh slikah.



Slika 9: Geometrija izbrane lamele togega zemljinskega telesa

V izbrani lameli imamo lahko del temeljnih tal nad vodo (z A smo označili površino lamele nad precejno črto), del temeljnih tal pa pod vodo (z B smo označili površino lamele pod precejno črto). Težišča posameznih delov lamele lahko določimo grafično, kot je to prikazano na sliki (9). Geometrijske količine, kot so višine in širine lamel in dolžine drsin, odčitamo iz geološko – geotehničnega prereza (temeljnih) tal.



Slika 10: Določitev rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja izbrane lamele togega zemljinskega telesa po postopku **totalnih prostorninskih tež**

Rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja izbrane lamele določimo po **postopku totalnih prostorninskih tež** tako, da vektorsko seštejemo težo zemljine nad precejno črto  $W_a$ , težo zemljine pod precejno črto  $W_b$ , rezultanti hidrostatskih pritiskov  $U_L$  in  $U_D$ , ki delujeta pravokotno na vertikalni mejnici lamele in rezultanto  $U$ , ki deluje pravokotno na drsino v izbrani lameli.

Velikosti posameznih sil na 1 tekoči meter izračunamo po enačbah:

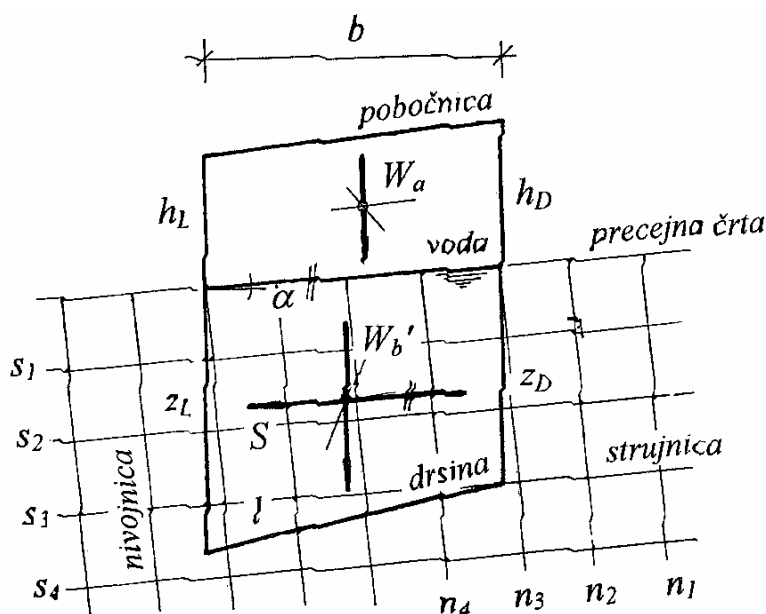
$$W_a = \frac{h_L + h_D}{2} b \gamma_a \quad (4.20)$$

$$W_b = \frac{z_L + z_D}{2} b \gamma_b \quad (4.21)$$

$$U_L = 0.5 z_L u_L = 0.5 z_L^2 \gamma_w \quad (4.22)$$

$$U_D = 0.5 z_D u_D = 0.5 z_D^2 \gamma_w \quad (4.23)$$

$$U = \frac{u_L + u_D}{2} l = 0.5 (z_L + z_D) l \gamma_w \quad (4.24)$$



Slika 11: Določitev rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja izbrane lamele togega zemljinkega telesa po postopku **efektivnih prostorninskih tež**

Rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja izbrane lamele določimo po **postopku aktivnih prostorninskih tež** tako, da vektorsko seštejemo težo zemljine nad precejno črto  $W_a$ , efektivno (potopljeno) težo zemljine pod precejno črto  $W_b'$  in strujno silo  $S$ , ki deluje v težišču potopljenega dela lamele in ima smer strujnice, ki bi potekala skozi težišče potopljenega dela. Pogosto se zadovoljimo z aproksimacijo, da je smer strujne sile paralelna gladini talne vode v obravnavani lameli.

Velikosti posameznih sil na 1 tekoči meter izračunamo po enačbah:

$$W_a = \frac{h_L + h_D}{2} b \gamma_a \quad (4.20)$$

$$W_b' = \frac{z_L + z_D}{2} b \gamma_b' \quad (4.25)$$

$$S = \frac{z_L + z_D}{2} b \gamma_w i \approx \frac{z_L + z_D}{2} b \gamma_w \sin \alpha \quad (4.26)$$

Če iščemo ravnovesje togega zemljinskega telesa po **lamelni metodi**, določimo rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja za vsako lamelo na prej opisani način. Če iščemo ravnovesje togega zemljinskega telesa po **rezultantni metodi**, določimo celotno rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja (za celo zemljinsko telo) kot vektorsko vsoto rezultat posameznih lamel.

## 5.0 Stabilnostne analize

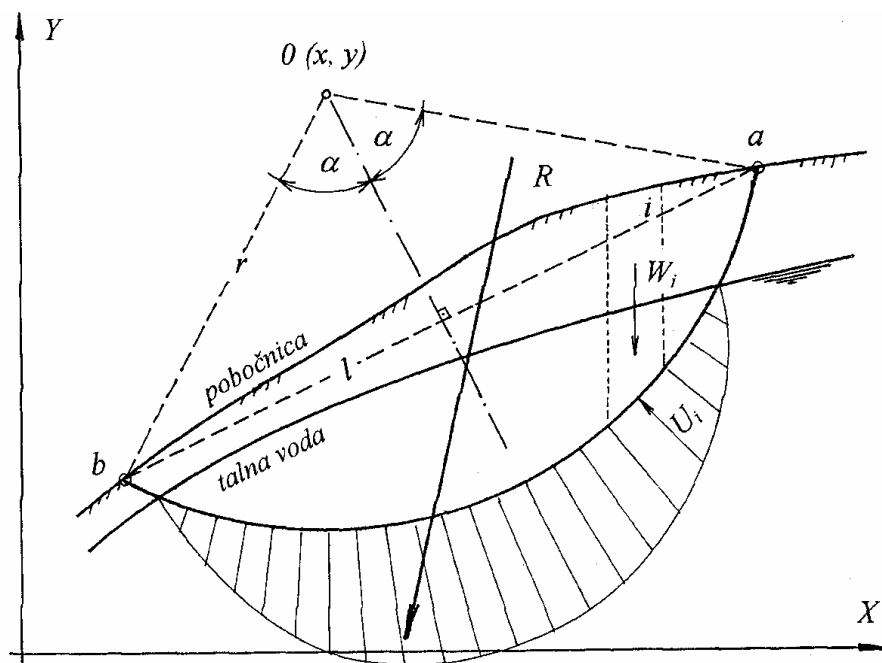
Ločimo rezultatno metodo in lamelno metodo. Glede na način reševanja ravnovesnih enačb pa razlikujemo grafo – analitične in numerične postopke. Numerični postopki so vezani na lamelno metodo.

Rezultantna metoda stabilnosti je možna takrat, ko sta izpolnjena dva pogoja: temeljna tla so v pogledu strižne odpornosti homogena in drsina se v ravnini  $x, y$  projicira kot krožnica (krožna drsina), ali kot ravna črta (ravna drsina), ali kot logaritmična spirala (logaritmična drsina). Obravnavali bomo krožne drsine in ravne drsine. Zaključke, ki veljajo za krožno drsino s polmerom  $r$  in središčem v znani točki  $O(x, y)$ , lahko na preprost način apliciramo na ravno drsino, ki jo smatramo kot krožno drsino z neskončno velikim polmerom ( $r \Rightarrow \infty$ ) in s središčem v točki  $O(x, y \Rightarrow \infty)$ .

Lamelna metoda stabilnosti je potrebna takrat, ko eden ali oba izmed prej naštetih pogojev ni izpolnjen.

### 5.1 Rezultantna metoda za krožno (ravno) drsino

Na naslednji sliki je prikazano homogeno pobočje, gladina talne vode v njem in ena izmed predpostavljenih potencialnih krožnih drsin. Za krožno drsino so važni naslednji podatki: središče krožne drsine  $O(x, y)$ , polmer krožne drsine  $r$ , dolžina tetive  $l$ , ki je definirana z začetkom krožne drsine (točka  $a$ ) in koncem krožne drsine (točka  $b$ ), simetrala krožnice (je pravokotna na tetivo) in polovični središčni kot krožnice  $\alpha$ . Na sliki (12) je prikazan postopek določitve rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja po postopku totalnih prostorninskih tež. V vsaki lameli upoštevamo totalno težo lamele  $W_i$  in rezultanto hidrostatskih pritiskov  $U_i$  na dno lamele.



Slika 12: Rezultantna metoda s krožno drsino; podatki za krožno drsino in rezultanta gravitacijskega in hidravličnega polja

Celotno rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$ , ki deluje na togo zemljinsko telo med pobočnico in krožno drsino, dobimo z vektorsko vsoto posameznih lamelnih rezultatov:

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^n \bar{R}_i = \sum_{i=1}^n \bar{W}_i + \bar{U}_i \quad (5.1)$$

Pri rezultantni metodi za krožno (ravno) drsino ločimo, glede na strižno trdnost zemljine, tri grafične postopke:

1. **po postopku  $\phi = 0$** , ki velja za primer, če je strižna odpornost zemljine izražena samo s kohezijsko trdnostjo  $\tau = c$ .

Praktična uporaba: stabilnostna analiza s krožnimi (ravnimi) drsinami v nedreniranih pogojih ( $\tau_u = c_u$ ).

2. **po postopku  $c = 0$** , ki velja za primer, če je strižna odpornost zemljine izražena samo s strižnim kotom  $\tau = \sigma \tan \phi$ .

Praktična uporaba: stabilnostna analiza s krožnimi in / ali ravnimi drsinami (v nedreniranih in dreniranih pogojih) za nekoherentne zemljine (gramoz, pesek), ki nimajo kohezijske trdnosti ( $c' = 0$ ), imajo pa strižno trdnost izraženo z efektivnim ali dreniranim strižnim kotom  $\phi'$  ( $\tau = \sigma' \tan \phi'$ ).

3. **po postopku  $c \neq 0$  in  $\phi \neq 0$** , ki velja za primer, če je strižna odpornost zemljine izražena tako s kohezijo, kot s strižnim kotom  $\tau = c + \sigma \tan \phi$ .

Praktična uporaba: stabilnostna analiza s krožnimi (ravnimi) drsinami v nedreniranih in dreniranih pogojih za koherentne zemljine (melj, glina), ki imajo strižno trdnost izraženo z efektivnima ali dreniranima strižnima parametroma  $c'$  in  $\varphi'$  ( $\tau = c' + \sigma' \tan \varphi'$ ).

Ne glede na strižno odpornost temeljnih tal, določimo celotno rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$ , ki deluje na togo zemljinско telo, v vseh treh primerih enako.

Ravnovesje togega telesa bo računsko dokazano v vsakem primeru pri neki potrebni, računski ali mobilizirani strižni odpornosti temeljnih tal. Pri rezultatni metodi imamo na razpolago 4 enačbe (3 ravnovesne enačbe in Coulombov strižni zakon) za 4 neznanke (velikost, prijemališče in smernico rezultante reaktivnih normalnih in strižnih napetosti vzdolž drsine in količnik varnosti). Rezultanto reaktivnih normalnih napetosti vzdolž drsine označimo z  $N$ , velikost rezultante reaktivnih strižnih napetosti vzdolž drsine pa s  $T$ . Rezultanto strižnih napetosti ločimo na silo  $T_c$  (zaradi kohezije) in na silo  $T_\varphi$  (zaradi strižnega kota). Običajno rezultanti  $N$  in  $T_\varphi$  vektorsko seštejemo v rezultanto  $Q_\varphi$ .

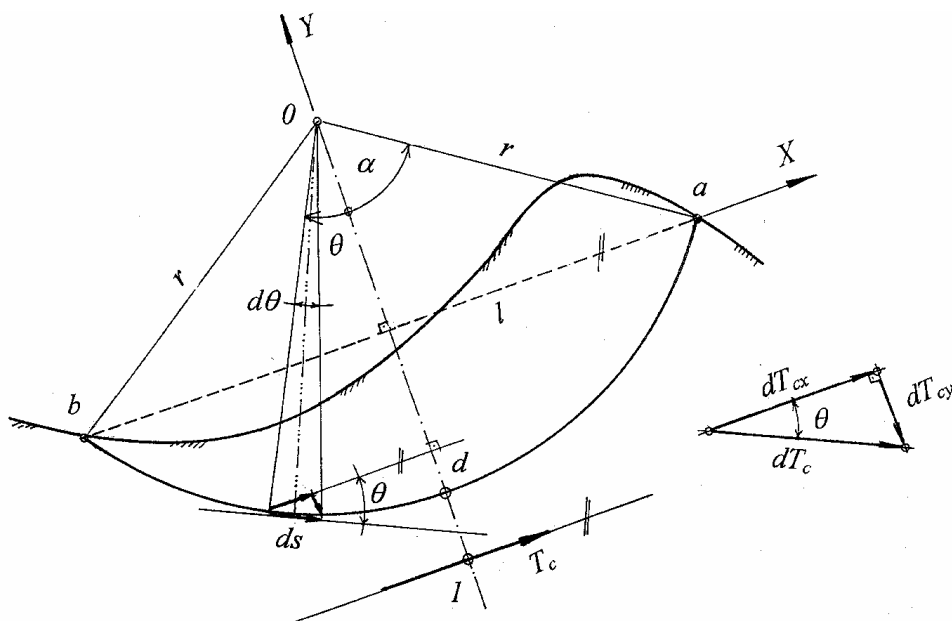
**postopek  $\varphi = 0$ :**

Če je strižna odpornost temeljnih tal izražena samo s kohezijsko trdnostjo, imamo vzdolž drsine reaktivne normalne napetosti  $\sigma$  in njihovo rezultanto  $N$ , ter reaktivne strižne napetosti  $\tau = c$  in njihovo rezultanto  $T_c$ . Velikost, smer in lego reaktivne sile  $T_c$  določimo na naslednji način (glej sliko 13):

Na inkrementalno majhni dolžini drsine  $ds = r d\theta$  (širine 1 m) deluje reaktivna sila  $dT_c$ , ki je enaka:

$$dT_c = c ds \tag{5.2}$$

$$dT_{cx} = c ds \cos \theta \quad , \quad dT_{cy} = c ds \sin \theta$$



Slika 13: Položaj in velikost reakcijske kohezijske sile pri krožni drsini

Rezultanto kohezijske sile dobimo z integracijo:

$$T_{cx} = \int_b^a dT_{cx} = \int_b^a c ds \cos \theta = \int_{\theta=-\alpha}^{\alpha} c (r d\theta) \cos \theta = 2 c r \sin \alpha$$

upoštevajoč zvezo:

$$\sin \alpha = \frac{l}{2r} \Rightarrow l = 2r \sin \alpha$$

dobimo:

$$T_{cx} = c l \tag{5.3}$$

$$T_{cy} = \int_b^a dT_{cy} = \int_b^a c ds \sin \theta = \int_{\theta=-\alpha}^{\alpha} c (r d\theta) \sin \theta = 0 \tag{5.4}$$

Celotna reaktivna kohezijska sila je enaka:

$$T_c = \sqrt{T_{cx}^2 + T_{cy}^2} = T_{cx} = c l \tag{5.5}$$

*Pri krožni drsini je kohezijska reaktivna sila  $T_c$  enaka produktu kohezije in dolžine tetive, ki veže začetek in konec krožne drsine, pri ravni drsini pa produktu kohezije in dolžine ravne drsine. Smernica reaktivne sile je vzporedna tetivi pri krožni drsini, oziroma ravni drsini.*

Položaj reaktivne sile dobimo iz ravnovesnega momentnega pogoja na središče drsine:

$$T_c a = \int_a^b dT_c r = \int_a^b (c ds) r = c s r = c (2\alpha r) r \Rightarrow$$

$$a = \frac{2 c r^2 \alpha}{T_c} = \frac{2 c r^2 \alpha}{c l} = \frac{2 c r^2 \alpha}{c (2 r \sin \alpha)} \Rightarrow$$

$$a = \frac{r \alpha}{\sin \alpha} \tag{5.6}$$

*Pri krožni drsini je lega reaktivne sile oddaljena za razdaljo  $a$  od središča krožne drsine (prijemališče reaktivne kohezijske sile na simetrali krožnice označimo s številko 1). Pri ravni drsini ( $r \Rightarrow \infty$ ,  $\alpha \Rightarrow 0$  in  $\sin \alpha \Rightarrow 0$ ) reakcijska sila  $T_c$  leži v drsini.*

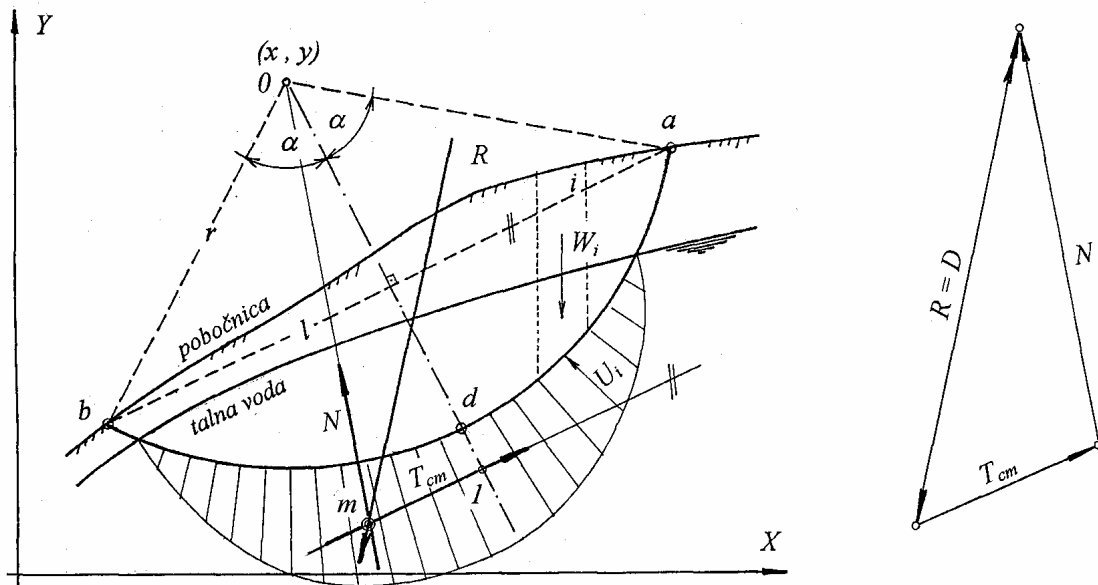
Ravnovesje togega zemljinskega telesa (izpolnjene morajo biti tri ravnovesne enačbe  $\sum X = 0$ ,  $\sum Y = 0$  in  $\sum M^O = 0$ ) bo doseženo takrat, kadar bo silni poligon rezultante  $R$  in reaktivnih sil  $N$  in  $T_c$  zaključen (izpolnjena sta prva dva ravnovesna pogoja) in kadar se bodo vse tri sile sekale v skupni točki (tretji ravnovesni pogoj).

Ker so reaktivne normalne napetosti  $\sigma$  pravokotne na drsino, gre njihova rezultanta  $N$  pri krožni drsini vedno skozi središče krožne drsine (pri ravni drsini je pravokotna na drsino). Druga točka, ki določa smernico reaktivne sile  $N$ , je presečišče smernic

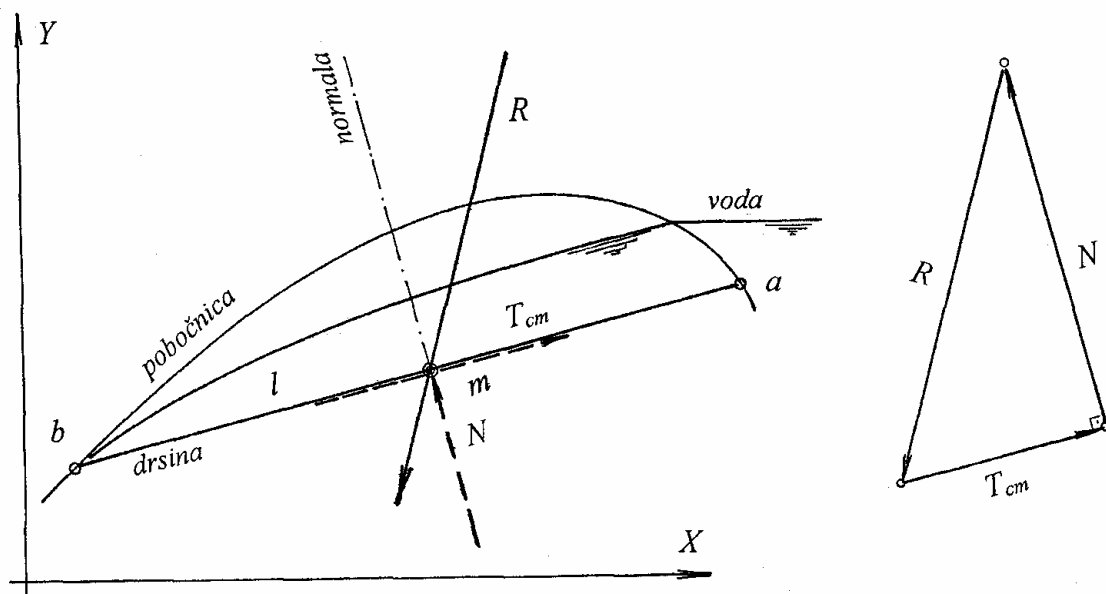
rezultante  $R$  in reaktivne sile  $T_c$  – točka  $m$  (momentni pogoj). Ker poznamo smernici obeh reaktivnih sil  $N$  in  $T_c$  lahko določimo iz silnega poligona ustrezno velikost reaktivne sile  $T_{cm}$ , oziroma mobilizirano kohezijsko trdnost  $c_m$ , ki je potrebna za ravnovesje.

$$c_m = \frac{T_{cm}}{l}, \quad F = \frac{c}{c_m} \quad (5.7)$$

Opisani postopek je prikazan na sliki 14 za krožno drsino in na sliki 15 za ravno drsino.



Slika 14: Rezultantna metoda za krožno drsino po postopku  $\varphi = 0$



Slika 15: Rezultantna metoda za ravno drsino po postopku  $\varphi = 0$   
**postopek  $c = 0$ :**

Če je strižna odpornost temeljnih tal izražena samo s strižnim kotom, imamo vzdolž drsine reaktivne normalne napetosti  $\sigma$  in njihovo rezultanto  $N$ , ter reaktivne strižne napetosti  $\tau = \sigma \tan \varphi$ , ki so linearno odvisne od normalnih napetosti. Večjim normalnim napetostim na posameznemu odseku krožne drsine ustreza večja strižna napetost, manjšim normalnim napetostim pa manjša strižna napetost. Strižne napetosti vzdolž drsine niso enakomerno razporejene.

V izbranih točkah 1 in 1\*, 2 in 2\*, ... , n in n\* (glej sliko 16), ki ležijo na krožni drsini simetrično levo in desno glede na simetralo drsine, izrazimo ustrezne normalne in strižne napetosti kot vsoto (razliko) parnih in neparnih komponent. V nadaljevanju so prikazane parne in nepravne komponente normalnih in strižnih napetosti za točki 1 in 1\*.

točka 1:

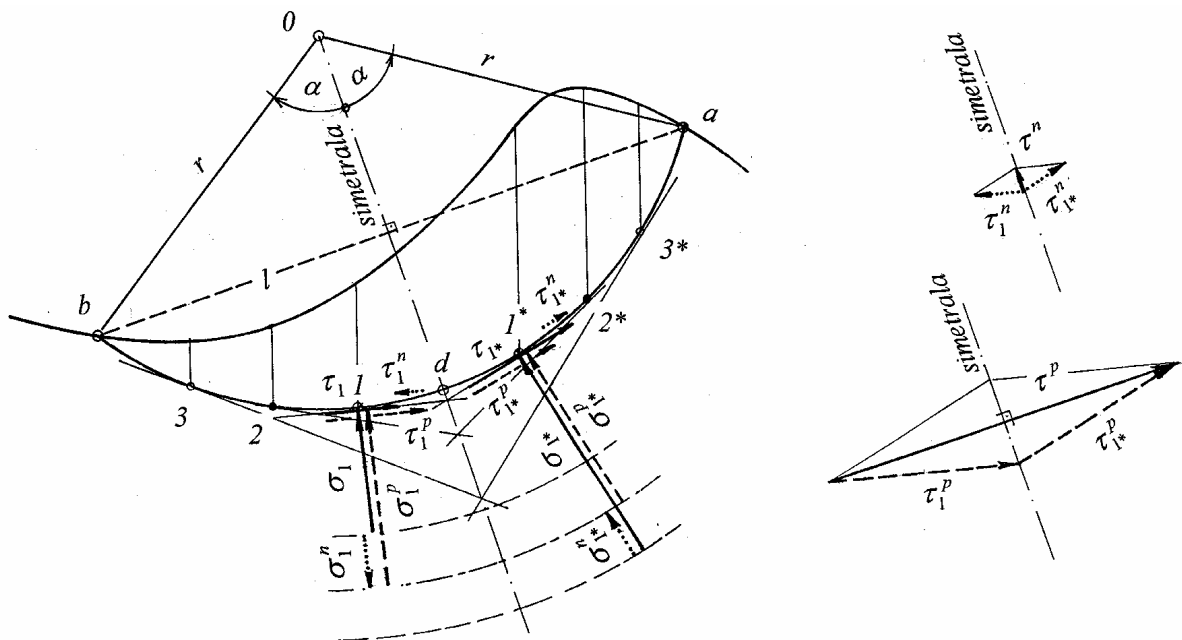
$$\sigma_1, \tau_1 = \sigma_1 \tan \varphi$$

točka 1\*:

$$\sigma_{1^*}, \tau_{1^*} = \sigma_{1^*} \tan \varphi$$

$$\sigma_p = \left| \frac{\sigma_1 + \sigma_{1^*}}{2} \right|, \quad \sigma_n = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_{1^*}}{2} \right|$$

$$\tau_p = \left| \frac{\tau_1 + \tau_{1^*}}{2} \right|, \quad \tau_n = \left| \frac{\tau_1 - \tau_{1^*}}{2} \right|$$



Slika 16: Parne in nepravne komponente reaktivnih normalnih in strižnih napetosti vzdolž krožne drsine

točka 1:

$$\sigma_1 = \sigma_p - \sigma_n \quad , \quad \tau_1 = \tau_p - \tau_n$$

točka 1\*:

$$\sigma_{1*} = \sigma_p + \sigma_n \quad , \quad \tau_{1*} = \tau_p + \tau_n$$

Če seštejemo reaktivni sili  $T_\varphi$  v točki 1 in točki 1\*, oziroma strižni napetosti  $\tau$ , je iz slike (16) razvidno, da določa prijemališče rezultirajoče reaktivne strižne sile (strižnih napetosti) presečišče parnih komponent strižnih napetosti (rezultirajoča napetost je pravokotna na simetralo krožnice).

Caquot (1954) je ugotovil, da je lega reaktivne strižne sile  $T_\varphi$ , če so normalne (strižne) napetosti razporejene vzdolž drsine po krožnem segmentu (slika 17), določena s točko 2, ki leži na simetrali krožnice in je od središča drsine oddaljena za razdaljo  $b$ :

$$b = 2r \frac{\sin \alpha - \alpha \cos \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha} \quad (5.8)$$

Takšno porazdelitev normalnih in strižnih napetosti vzdolž drsine dobimo v primeru, če je pobočje suho (brez talne vode), pobočnica pa ravna črta.

Približno lahko točko 2 na simetrali krožnice določimo, če upoštevamo, da je ta točka oddaljena od drsine (točka  $d$ ) za 60% razlike med razdaljo  $a$  (enačba 5.6) in polmerom drsine  $r$ .

Če bi bile strižne napetosti vzdolž drsine enakomerno razporejene (to velja pri koheziji), bi bila lega reaktivne strižne sile  $T_\varphi$  določena s točko 1 na simetrali krožnice, torej z razdaljo  $a$ , merjeno od središča drsine.

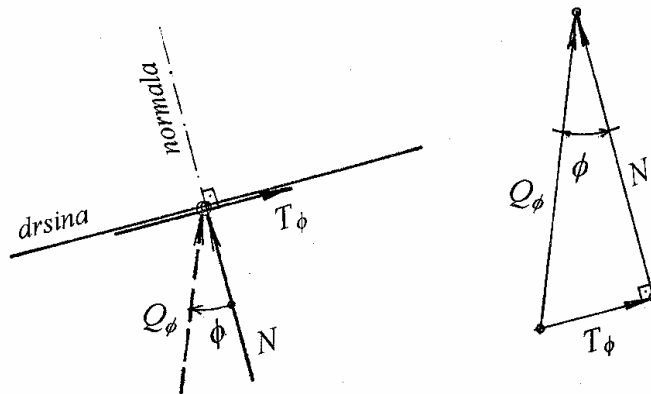
Za kakršne koli drugačne razporeditve normalnih (strižnih) reaktivnih napetosti od enakomerno razporejenih ali razporejenih po krožnem segmentu, gre reaktivna strižna sila  $T_\varphi$  vedno skozi točko, ki leži na simetrali krožnice med točkama 1 in 2, oziroma je ta točka oddaljena od središča drsine za manjšo razdaljo od  $a$  in večjo od  $b$ .

Ker položaj točke na simetrali krožnice, ki leži med točkama 1 in 2 ne vpliva bistveno na končni rezultat (količnik varnosti), privzamemo, da gre reaktivna strižna sila  $T_\varphi$  skozi točko 3, ki leži na sredini med točkama 1 in 2.

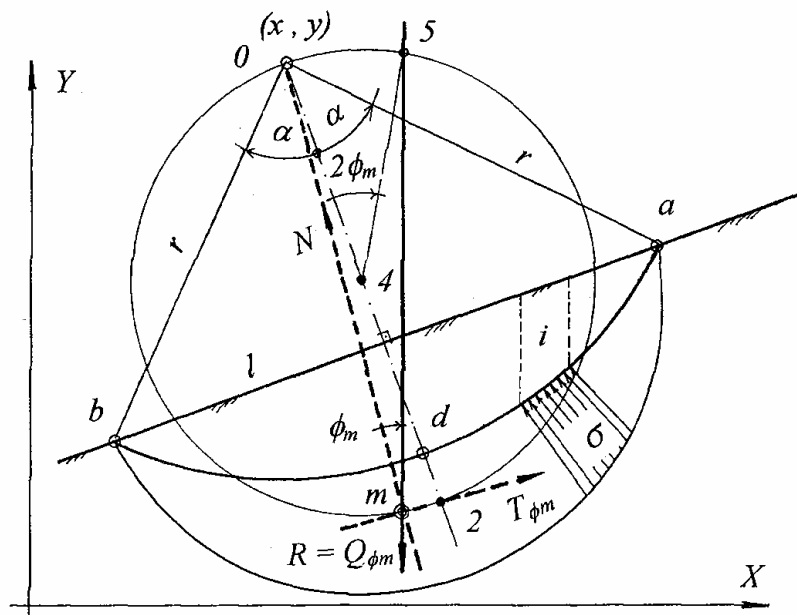
Na sliki (17) je prikazana rezultatna metoda **po postopku  $c = 0$**  za primer razporeditve normalnih (strižnih) reaktivnih napetosti vzdolž krožne drsine po krožnem segmentu, na sliki (18) pa za poljubno razporeditev normalnih (strižnih) reaktivnih napetosti vzdolž krožne drsine. V prvem primeru gre reaktivna sila  $T_\varphi$  skozi točko 2, ki je od središča drsine oddaljena za razdaljo  $b$ . V drugem primeru gre reaktivna sila  $T_\varphi$  skozi točko 3, ki leži med točkama 1 (razdalja  $a$ ) in točko 2 (razdalja  $b$ ) od središča drsine.

Če je strižna odpornost temeljnih tal izražena samo s strižnim kotom, imamo vzdolž drsine reaktivne normalne napetosti  $\sigma$  in njihovo rezultanto  $N$ , ter reaktivne strižne napetosti  $\tau = \sigma \tan \varphi$  in njihovo rezultanto  $T_\varphi$ . Ker velja med tema dvema reakcijskima silama relacija:  $T_\varphi = N \tan \varphi$ , lahko obe reaktivni sili vektorsko seštejemo v eno

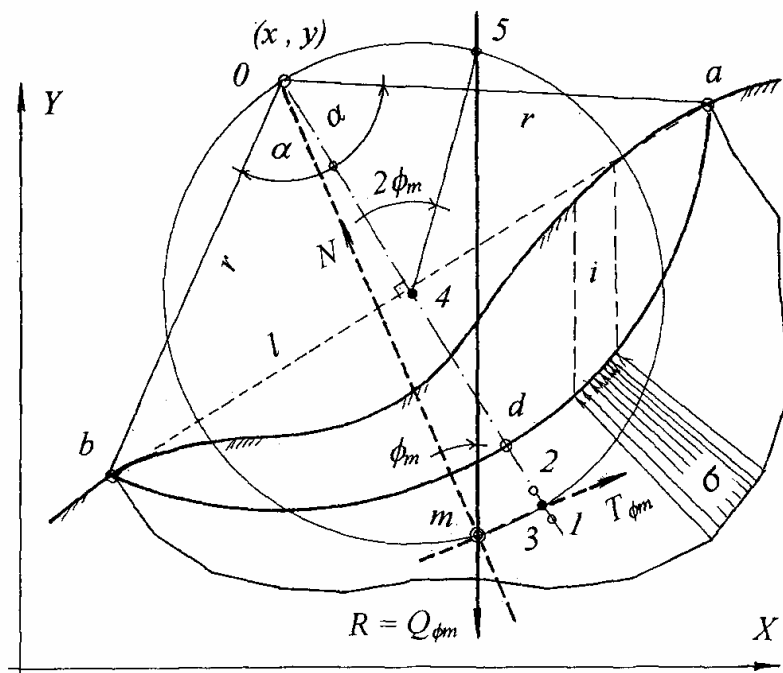
reaktivno silo  $Q_\phi$ . Reaktivna sila  $Q_\phi$  oklepa z normalo na drsino kot  $\phi$ , leži pa glede na normalo na drsino vedno na strani kjer je konec drsine (vznožje pobočja).



Če združimo reaktivni sili  $N$  in  $T_\phi$  v eno samo reaktivno silo  $Q_\phi$ , bo ravnovesje med rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$  in reaktivno silo  $Q_\phi$  izpolnjeno za togo zemljinsko telo takrat, kadar bosta sili  $R$  in  $Q_\phi$  enako veliki, ležali v isti smernici in bosta nasprotno usmerjeni. Reaktivna sila  $Q_\phi$  oklepa z normalo na drsino strižni kot  $\phi$ .



Slika 17: Rezultantna metoda po postopku  $c = 0$ , razporeditev reaktivnih napetosti vzdolž drsine po krožnem segmentu



Slika 18: Rezultantna metoda po postopku  $c = 0$ , poljubna razporeditev reaktivnih napetosti vzdolž krožne drsine

Ker je za ravnovesje togega zemljinskega telesa potrebna neka mobilizirana strižna odpornost zemljine  $\tau_m$ , bo pri dejanskih razmerah smernica reaktivne sile  $Q_\varphi$  z normalo na drsino oklepala mobilizirani strižni kot  $\varphi_m$ . Količnik varnosti izračunamo kot količnik med dejansko in mobilizirano strižno trdnostjo po enačbi:

$$F = \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_m} \quad (5.9)$$

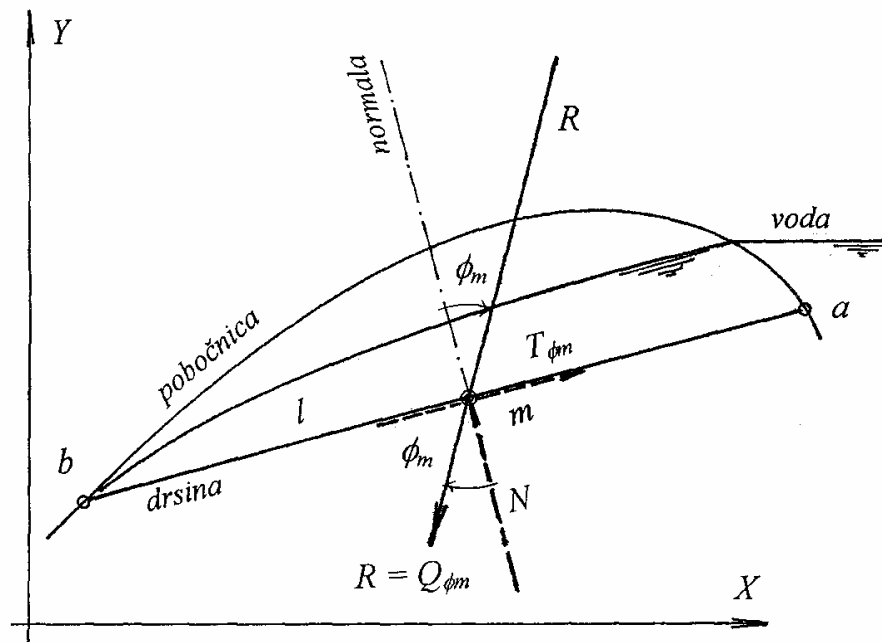
Iz ravnovesnih pogojev sledi, da je  $R = Q_\varphi$ . Da bi lahko določili mobilizirani strižni kot  $\varphi_m$ , moramo reaktivno silo  $Q_\varphi$  razdeliti na normalno reaktivno silo  $N$  in na strižno reaktivno silo  $T_\varphi$ . Za normalno reaktivno silo  $N$  vemo, da mora njena smernica potekati skozi središče krožne drsine (normalne napetosti vzdolž drsine so pravokotne na drsino, torej potekajo njihove smernice skozi središče krožnice), za reaktivno silo  $T_\varphi$  pa vemo, da poteka njena smernica skozi eno izmed točk 1, 2 ali 3 na simetrali krožne drsine. Smernici normalne ( $N$ ) in strižne reaktivne sile ( $T_\varphi$ ) sta med seboj pravokotni.

Nalogo rešimo grafično po naslednjem preudarku: če sta znani dve točki (0 in 3) skozi kateri potekata smernici dveh med seboj pravokotnih sil ( $N$  in  $T_\varphi$ ), lahko očrtamo krog, ki poteka skozi točki 0 in 3. Za katero koli točko na tem pomožnem krogu velja, da sta premici, ki potekata skozi točko na pomožnem krogu in točki 0 in 3 med seboj pravokotni.

Iz ravnovesnega momentnega pogoja sledi, da se morajo sile  $Q_\varphi$  in sili  $N$  in  $T_\varphi$ , v katero prvo razstavljamo, sekati v isti točki ( $m$ ). Točka  $m$  je določena s presečiščem smernice rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$ , oziroma smernice reaktivne sile  $Q_\varphi$ , s pomožnim krogom, ki poteka skozi točki 0 in 3. Kot  $\varphi_m$ , ki ga oklepata smernici normalne reaktivne sile  $N$  in smernica rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$ , oziroma smernica reaktivne sile  $Q_\varphi$  (kot med točkami 0,  $m$  in 5), odmerimo iz slike.

Lahko pa iz slike odčitamo tudi središčni kot  $2\varphi_m$ , ki ga oklepata smernici normalne reaktivne sile  $N$  in smernica rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$ , oziroma smernica reaktivne sile  $Q_\varphi$  (kot med točkami 0, 4 in 5).

Pri rezultatni metodi po postopku  $c = 0$ , ni niti potrebno risati silnega poligona (projekcijska ravnovesna pogoja). Pri ravni drsini je rezultatna metoda po postopku  $c = 0$ , še enostavnejša. Smernica rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$  je istočasno tudi smernica reaktivne sile  $Q_\varphi$ . Ker pri ravni drsini leži reaktivna strižna sila  $T$  (tudi  $T_c$  in  $T_\varphi$ ) vedno v drsini, reaktivna normalna sila  $N$  pa je pravokotna na drsino, je kot, ki ga oklepata smernici sil  $Q_\varphi$  in  $N$  že mobilizirana vrednost strižnega kota  $\varphi_m$ .



Slika 19: Rezultantna metoda po postopku  $c = 0$  za ravno drsino

### **postopek $c \neq 0$ in $\varphi \neq 0$ :**

Če je strižna odpornost zemljine izražena tako s kohezijo, kot s strižnim kotom  $\tau = c + \sigma \tan \varphi$ , izvedemo stabilnostno analizo po rezultatni metodi tako, da upoštevamo zaključke prejšnjih dveh postopkov.

Problem lahko rešimo na dva načina:

- v naprej si izberemo količnik varnosti glede na kohezijo ( $F_c = c / c_m$ ) in iščemo količnik varnosti glede na strižni kot ( $F_\varphi = \tan \varphi / \tan \varphi_m$ ).
- v naprej si izberemo količnik varnosti glede na strižni kot ( $F_\varphi = \tan \varphi / \tan \varphi_m$ ) in iščemo ustrezen količnik varnosti glede na kohezijsko trdnost ( $F_c = c / c_m$ ),

#### **(i) $F_c$ predpostavimo, iščemo $F_\varphi$**

V prvem primeru, za predpostavljeno vrednost količnika varnosti  $F_c$ , izračunamo mobilizirano vrednost kohezije in velikost mobilizirane reaktivne kohezijske sile:

$$F_c \Rightarrow c_m = \frac{c}{F_c}, \quad T_{cm} = c_m l \quad (5.10)$$

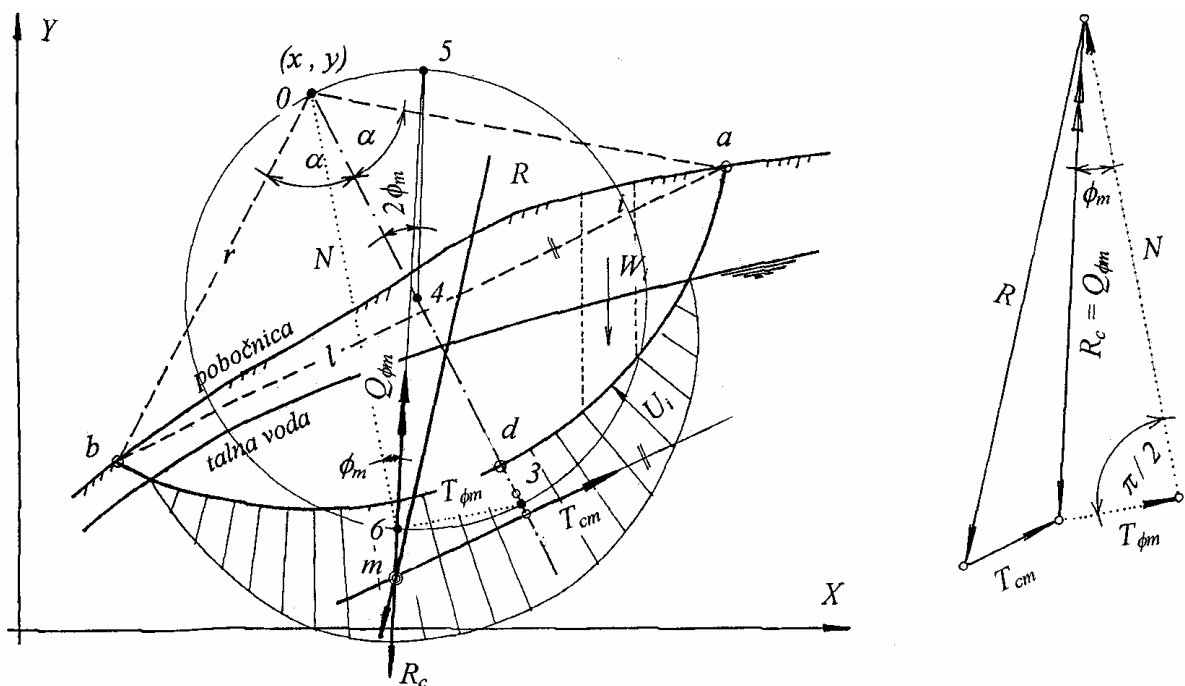
Položaj reaktivne kohezijske sile je znan. Smernica te sile leži vzporedno tetivi, ki veže začetek in konec krožne drsine in je od središča krožne drsine oddaljena za razdaljo  $a = r \alpha / \sin \alpha$ . Rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$  in mobilizirano reaktivno kohezijsko silo  $T_{cm}$  vektorsko seštejemo, da dobimo novo rezultanto  $R_c$ . Iz silnega poligona dobimo smernico in velikost nove rezultante  $R_c$ . Presečišče smernic sil  $R$  in  $T_{cm}$  (točka  $m$ ) določa v geološko – geotehničnem prerezu lego nove rezultante  $R_c$ . Od tu dalje postopamo, kot v postopku  $c = 0$ . Nova rezultanta  $R_c$  mora biti v ravnovesju z reaktivno silo  $Q_\varphi$ , kar pomeni, da je smernica teh dveh sil ista. Silo  $Q_\varphi$  razstavimo še v normalno reaktivno silo  $N$  in reaktivno strižno silo  $T_\varphi$ . Kot ki ga oklepata smernici reaktivnih sil  $N$  in  $Q_\varphi$ , odčitamo iz slike in izračunamo količnik varnosti  $F_\varphi$ :

$$F_\varphi = \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_m} \quad (5.11)$$

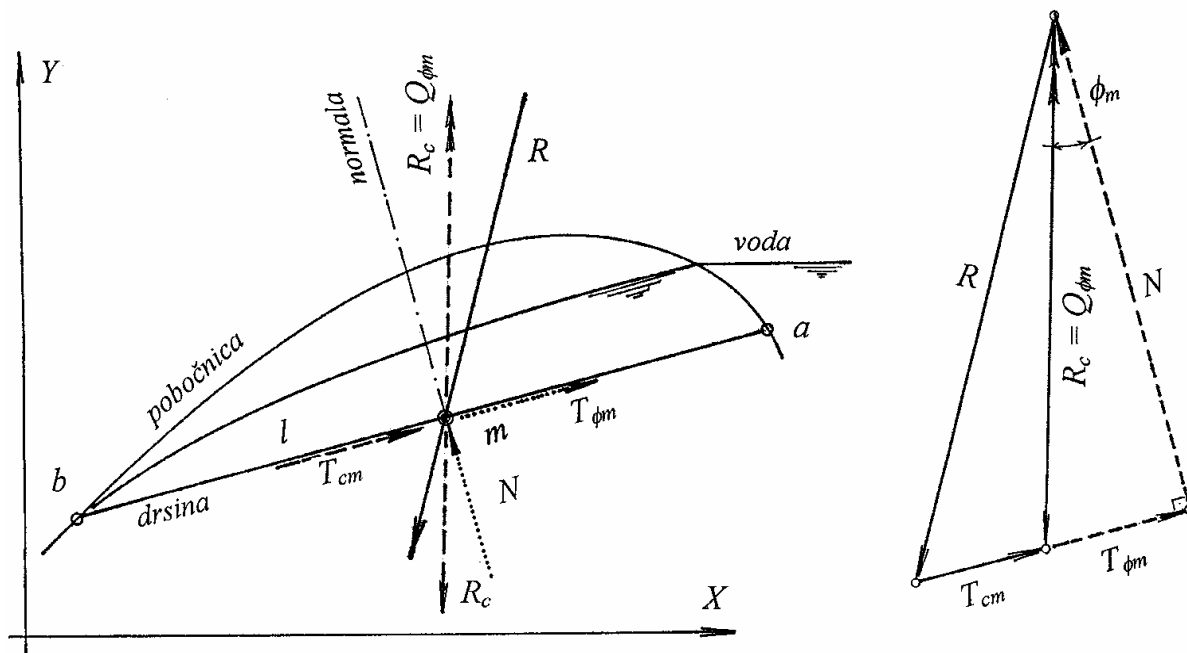
Če smo za količnik varnosti na kohezijo predpostavili predpisano vrednost (n.pr.:  $F_c = 1.60$ ), sklepamo na podlagi dobljene velikosti količnika varnosti na strižni kot ( $F_\varphi$ ) kakšna je dejanska varnost napram porušitvi temeljnih tal po predpostavljeni krožni drsini:

- $F_\varphi > 1.25$             ...    varnost je večja od predpisane
- $F_\varphi < 1.25$             ...    varnost je manjša od predpisane

Rezultantna metoda po postopku  $c \neq 0$  in  $\varphi \neq 0$  za krožno drsino je prikazana na naslednji sliki.



Slika 20: Rezultantna metoda po postopku  $c \neq 0$  in  $\varphi \neq 0$  za krožno drsino



Slika 21: Rezultantna metoda po postopku  $c \neq 0$  in  $\varphi \neq 0$  za ravno drsino

Na takšen način pa težko presodimo kolikšen je dejanski količnik varnosti med dejansko strižno trdnostjo zemljine  $\tau$  in za ravnovesje potrebno mobilizirano strižno trdnostjo  $\tau_m$ .

Pri rezultantni metodi po postopku  $c \neq 0$  in  $\varphi \neq 0$ , je bolje, če stabilnostno analizo izvršimo s predpisanimi mobiliziranimi trdnostnimi parametri:

$$F_c = 1.60 \Rightarrow c_m = \frac{c}{F_c},$$

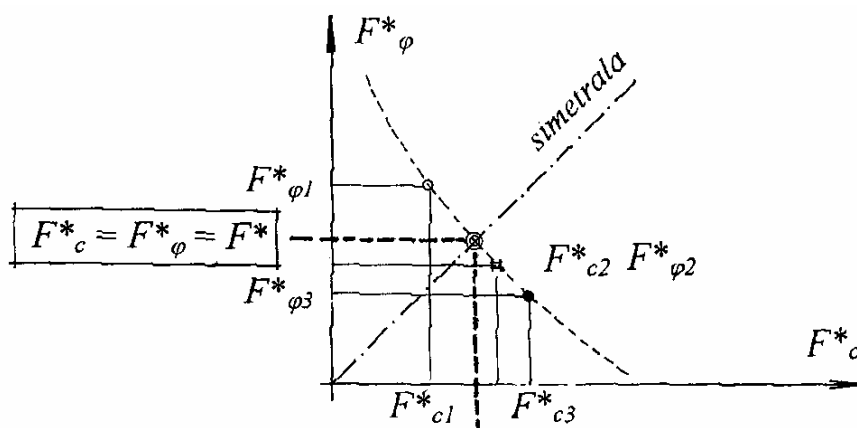
$$F_\varphi = 1.25 \Rightarrow \tan \varphi_m = \frac{\tan \varphi}{F_\varphi}$$
(5.12)

Po prej opisanem postopku v 1. iteraciji predpostavimo »dodatni« količnik varnosti na kohezijo v velikosti  $F_{c1}^* = 1.0$ . Iz stabilnostne analize bomo dobili »dodatni« količnik varnosti  $F_{\varphi 1}^*$ , ki bo lahko manjši od vrednosti 1, ki bo enak vrednosti 1, ali pa bo večji od vrednosti 1.

Postopek ponovimo z novo predpostavljeno vrednostjo »dodatnega« količnika varnosti na kohezijo v velikosti  $F_{c2}^* \cong F_{\varphi 1}^*$  ( $F_{\varphi 1}^*$  je dobljen v prvi iteraciji). Kot rezultat bomo dobili zopet drugačen dodatni količnik varnosti na strižni kot ( $F_{\varphi 2}^*$ ). Postopek lahko ponovimo ( $F_{c3}^* \cong F_{\varphi 2}^*$ ). Račun je končan, ko sta vrednosti predpostavljenega dodatnega količnika in izračunanega dodatnega količnika enaka ( $F_{cn}^* \cong F_{\varphi n-1}^*$ ).

Da hitreje rešimo problem, si lahko pomagamo tako, da na vodoravno os nanašamo predpostavljene vrednosti »dodatnih« količnikov varnosti na kohezijo  $F_{cn}^*$ , na navpično os pa dobljene »dodatne« količnike varnosti na strižni kot  $F_{\varphi n}^*$ . Če točke s koordinatami  $F_{ci}^*$  in  $F_{\varphi i}^*$  povežemo in poiščemo presečišče s premico, ki poteka iz koordinatnega

izhodišča in oklepa z vodoravnico in navpičnico enak kot ( $45^\circ$ ), dobimo po grafičnem postopku iskano vrednost »dodatnega« količnika varnosti  $F \cong F^*_{ci} \cong F^*_\varphi$ .



Dejanske količnike varnosti izračunamo po enačbi:

$$F_{c\text{dej}} = F_c \times F^* \quad , \quad F_{\varphi\text{dej}} = F_\varphi \times F^* \quad (5.13)$$

### (ii) $F_\varphi$ predpostavimo, iščemo $F_c$

V drugem primeru, za predpostavljeno vrednost količnika varnosti  $F_\varphi$ , izračunamo mobilizirano vrednost strižnega kota  $\varphi_m$  in določimo točko 5 na pomožnem krogu, ki poteka skozi središče drsine (točka 0) in točko 3 na simetrali krožnice. Točka 5 določa smernico reakcijske sile  $Q_\varphi$ .

$$F_\varphi \Rightarrow \tan \varphi_m = \frac{\tan \varphi}{F_\varphi} \quad , \quad \varphi_m = \arctan \varphi_m \quad (5.14)$$

Ker je položaj reaktivne kohezijske sile znan (smernica te sile leži vzporedno tetivi, ki veže začetek in konec krožne drsine in je od središča krožne drsine oddaljena za razdaljo  $a = r \alpha / \sin \alpha$ ), dobimo s presečiščem smernic rezultante gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$  in reaktivne kohezijske sile  $T_{cm}$  točko  $m$ , skozi katero mora potekati tudi reakcijska sila  $Q_\varphi$  (momentni ravnovesni pogoj).

Od tu dalje poteka račun po postopku  $\varphi = 0$  (smernica sile  $Q_\varphi$  predstavlja smernico »rezultante« gravitacijskega in hidravličnega polja).

V silnem poligonu določimo za znano smer in velikost rezultante  $R$  in za zdaj znano smer reakcijske sile  $Q_\varphi$  velikost reaktivne kohezijske sile  $T_{cm}$ . Rezultirajoči količnik varnosti na kohezijo izračunamo po enačbah:

$$T_{cm} \Rightarrow c_m = \frac{T_{cm}}{l} \Rightarrow F_c = \frac{c}{c_m} \quad (5.15)$$

Stabilnostna analiza po resultantni metodi po postopku  $c \neq 0$  in  $\varphi \neq 0$  za ravno drsino, poteka na podoben način, kot poteka stabilnostna analiza za krožno drsino. Pri ravni

drsini so vedno smernice strižnih reaktivnih sil  $T$ ,  $T_{cm}$  in  $T_{\varphi m}$  v drsini, smernica normalne reaktivne sile  $N$  pa je pravokotna na drsino. Momentni ravnovesni pogoj je pri ravni drsini zato vedno izpolnjen. To olajša delo, saj v geološko – geotehničnem prerezu tal ni potrebno določevati presečišč nastopajočih aktivnih in reaktivnih sil.

## 5.2 Rezultantna metoda za ravno (krožno) drsino – analitični postopki

Analitično lahko izvedemo stabilnostne analize za omejeno število primerov. Temeljna tla morajo biti homogena.

V splošnem so analitične rešitve možne le takrat, kadar je pobočnica (površje terena) ravno. Le v izjemnih primerih lahko analiziramo tudi takšne probleme, kjer je v (temeljnih) tleh prisotna talna voda. Če že lahko za nekatere primere izvedemo analitične stabilnostne presoje, pa mora biti gladina talne vode ravna in vzporedna pobočnici.

### (i) krožna drsina:

»Analitična« stabilnostna analiza po rezultantni metodi za krožno drsino je možna le v enem primeru. To je v primeru, ko preverjamo stabilnost temeljnih tal v nedreniranih pogojih (po postopku  $\varphi = 0$ ).

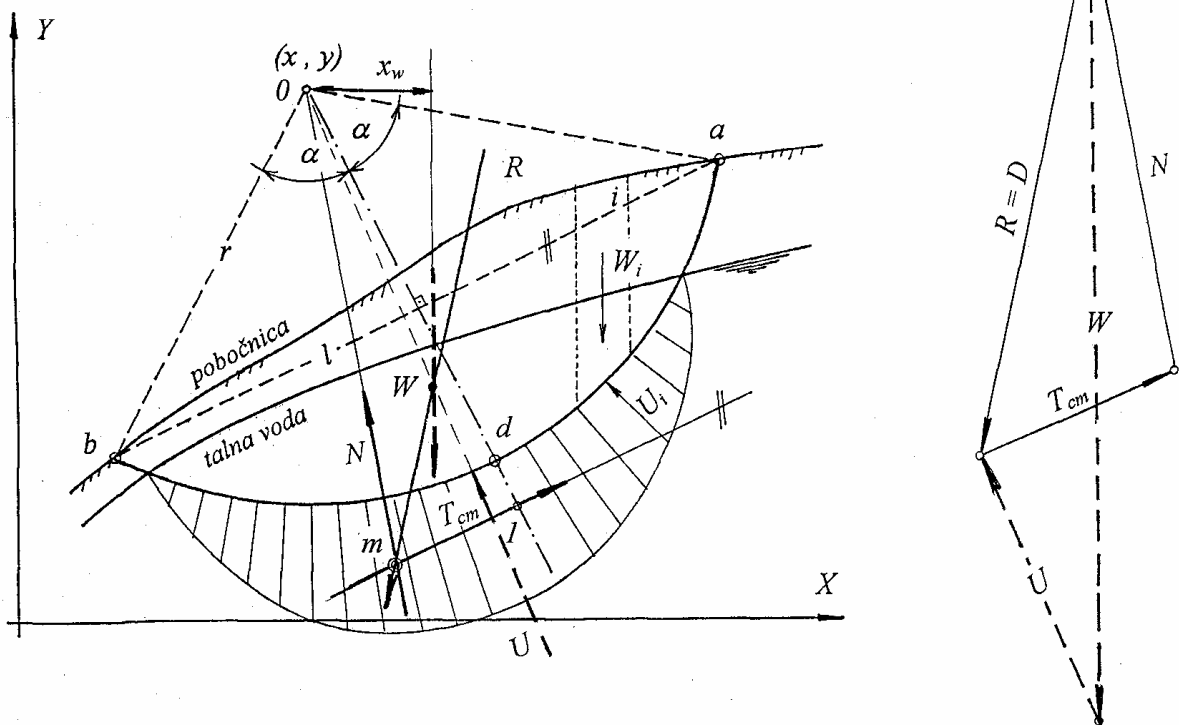
Pri grafični rezultantni metodi smo spoznali, da nudita rezultanti gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$  ravnovesje reaktivna sila  $T_{cm}$  in normalna reaktivna sila  $N$ . Sila  $T_{cm}$  leži v smernici, ki je vzporedna tetivi, ki veže začetek in konec drsine, je pravokotna na simetralo krožne drsine in je oddaljena od središča drsine za razdaljo  $a = r \alpha / \sin \alpha$ . Sila  $N$  je pravokotna na krožno drsino in poteka skozi središče krožne drsine. Skozi središče drsine, pravokotno na drsino, poteka tudi rezultanta hidrostatskih pritiskov  $U$  na drsino.

Velikost mobilizirane reaktivne kohezijske sile  $T_{cm}$  lahko v konkretnem primeru izračunamo iz momentnega ravnovesnega pogoja na središče drsine. Z  $x_w$  označimo razdaljo rezultirajoče teže  $W$  togega zemljinskega telesa do središča drsine. Iz ravnovesnega momentnega pogoja sledi:

$$\sum M^0 = 0 \Rightarrow W x_w = T_{cm} a \quad (5.16)$$

$$T_{cm} = \frac{W x_w}{a}, \quad c_m = \frac{W x_w}{a l}, \quad F = \frac{c}{c_m} \quad (5.17)$$

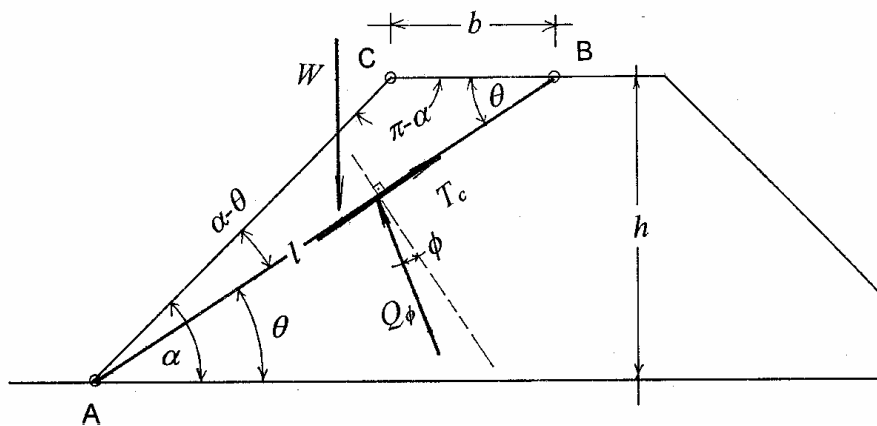
Za lažje razumevanje je postopek prikazan na naslednji sliki.



Slika 22: Označbe za analitičen postopek stabilnostne analize pri krožni drsini po postopku  $\varphi = 0$

**(ii) ravna drsina:**

Z ravnimi drsinami običajno preverjamo naklone brežin nasipov in vkopov v homogenih »suhih« tleh (brez talne vode). Na spodnji sliki je prikazana takšna stabilnostna analiza nasipa. Nasip je višine  $h$ , širine  $b$  ob kroni (vrhu) nasipa, naklonski kot brežin pa je označen z  $\alpha$ . Zgrajen je iz zemljine s prostorninsko težo  $\gamma$  in s strižno trdnostjo, podano s trdnostnima parametroma  $c$  in  $\varphi$ .

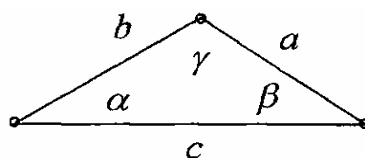


Slika 23: Analitična stabilnostna analiza z ravnimi drsinami

Za predpostavljeno ravno drsino, ki je definirana s točkama A (vznožje nasipa) in B (na kroni nasipa), ter oklepa z vodoravnico kot  $\theta$ , lahko vse aktivne (teža zemeljskega klina nad drsino) in reaktivne sile vzdolž drsine (kohezijska sila  $T_c$  in sila  $Q_\phi$ , ki je vektorska vsota normalne reakcijske sile  $N$  in strižne sile  $T_\phi$ ) prikažemo v silnem poligonu.

Za izračun geometrijskih količin in neznanih velikosti reaktivnih sil, lahko uporabimo sinusov izrek:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

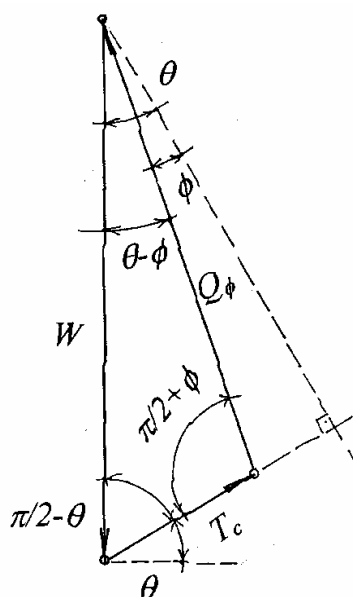


Za višino nasipa in predpostavljen naklon drsine lahko izrazimo razdaljo med točkama C in B na kroni nasipa:

$$b = \overline{CB} \Rightarrow b = \frac{l \sin(\alpha - \theta)}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{l \sin(\alpha - \theta)}{\sin \alpha} \quad (5.18)$$

Teža zemeljskega klina nad drsino:

$$W = \frac{b h}{2} \gamma = \frac{l \sin(\alpha - \theta) h \gamma}{2 \sin \alpha} \quad (5.19)$$



Slika 24: Silni poligon aktivnih in reaktivnih sil za predpostavljeno ravno drsino

Iz silnega poligona lahko po sinusovem izreku izrazimo velikost reaktivne kohezijske sile:

$$T_c = \frac{W \sin(\theta - \varphi)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)} = \frac{W \sin(\theta - \varphi)}{\cos \varphi} \quad (5.20)$$

Velikost reaktivne kohezijske sile pa lahko izrazimo tudi z enačbo:

$$T_c = c l \quad (5.21)$$

Če izenačimo enačbi (5.20) in (5.21) in upoštevamo enačbo (5.19), dobimo:

$$c = \frac{h \gamma}{2} \frac{\sin(\alpha - \theta) \sin(\theta - \varphi)}{\sin \alpha \cos \varphi} \quad (5.22)$$

Nasip višine  $h$ , z brežinama pod naklonom  $\alpha$ , mora biti zgrajen iz takšne zemljine, ki ima ob strižnem kotu  $\varphi$  še kohezijsko trdnost  $c$ , katere velikost je definirana z enačbo (5.22). Iz enačbe (5.22) je razvidno, da je vrednost kohezije odvisna od naklonskega kota  $\theta$  ravne drsine. Če enačbo (5.22) odvajamo po spremenljivki  $\theta$ , bomo lahko določili najneugodnejšo ravno drsino in za mejno ravnovesje minimalno potrebno kohezijsko trdnost nasipnega materiala.

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial \theta} = 0 &\Rightarrow \\ \frac{h \gamma}{2 \sin \alpha \cos \varphi} [\cos(\alpha - \theta)(-1)\sin(\theta - \varphi) + \sin(\alpha - \theta)\cos(\theta - \varphi)(1)] &= 0 \end{aligned} \quad (5.23)$$

Po ureditvi enačbe dobimo:

$$\frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi)} = \frac{\sin(\alpha - \theta)}{\cos(\alpha - \theta)} \Rightarrow \tan(\theta - \varphi) = \tan(\alpha - \theta)$$

$$\theta - \varphi = \alpha - \theta$$

in končno:

$$\theta = \frac{\alpha + \varphi}{2} \quad (5.24)$$

Najneugodnejša ravna drsina oklepa z vodoravnico kot  $\theta$ . Če vstavimo izraz za kot  $\theta$  v enačbo (5.22), dobimo:

$$c = \frac{h \gamma}{2} \frac{\sin^2\left(\frac{\alpha - \varphi}{2}\right)}{\sin \alpha \cos \varphi} \quad (5.25)$$

oziroma:

$$h = \frac{2 c}{\gamma} \frac{\sin \alpha \cos \varphi}{\sin^2\left(\frac{\alpha - \varphi}{2}\right)} \quad (5.26)$$

Na osnovi dobljenih izrazov (5.24) do (5.26) lahko zaključimo:

- Če je zemljina takšna, da ima poleg strižnega kota tudi kohezijo, potem naklon brežine nasipa (vkopa) pod naklonom  $\alpha$  omejen z višino (enačba 5.26).
- Kritična (najneugodnejša) ravna drsina je položnejša od brežine nasipa in / ali vkopa (enačba 5.24).
- Če zemljina nima kohezije (nekoherentne zemljine – gramoz, pesek), potem naklon brežine nasipa (vkopa) pod naklonom  $\alpha$  ni omejen z višino. V tem primeru velja:

$$\sin^2\left(\frac{\alpha - \varphi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \alpha = \varphi \quad (5.26 \text{ a})$$

- Kritična (najneugodnejša) ravna drsina je kar brežina nasipa in / ali vkopa (enačba 5.24,  $\theta = \varphi$ ).

Pri izkopih gradbenih jam in raznih kanalov za komunalne vode v urbanih naseljih, želimo izvesti izkope s čimbolj strmimi brežinami. Idealno bi bilo izkopati vertikalne brežine. V tem primeru je naklonski kot brežine enak:

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

Iz enačb (5.25) in (5.26) sledi:

$$c = \frac{\gamma h}{4} \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (5.27)$$

$$h = \frac{4c}{\gamma} \cot\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (5.28)$$

Iz enačb (5.27) in (5.28) je razvidno, da lahko izvedemo vertikalni izkop samo v koherentnih zemljinah (melji, gline), ki imajo kohezijsko trdnost. Višina vertikalnega izkopa je pogojena s kohezijsko trdnostjo zemljine.

### **(iii) brezkrajna ravna pobočja:**

Pogosto lahko v naravi opazimo nagnjena izredno dolga pobočja. S terenskimi raziskavami bi lahko ugotovili, da so tla do neke globine podobnih mehanskih lastnosti, od določene globine dalje, pa so tla bistveno manj deformabilna **in bolj trdna**. Nema lokrat je mejnica med vrhnjim slojem zemljine (običajno nekoherentne preperine) in spodnjim slojem (kamnina) vzporedna pobočnici terena. Če se v tleh nahaja talna voda, je pogosto tudi gladina talne vode vzporedna pobočnici in mejnici med preperino in kamnino. Višina talne vode se spreminja v odvisnosti od vremenskih pogojev (padavine).

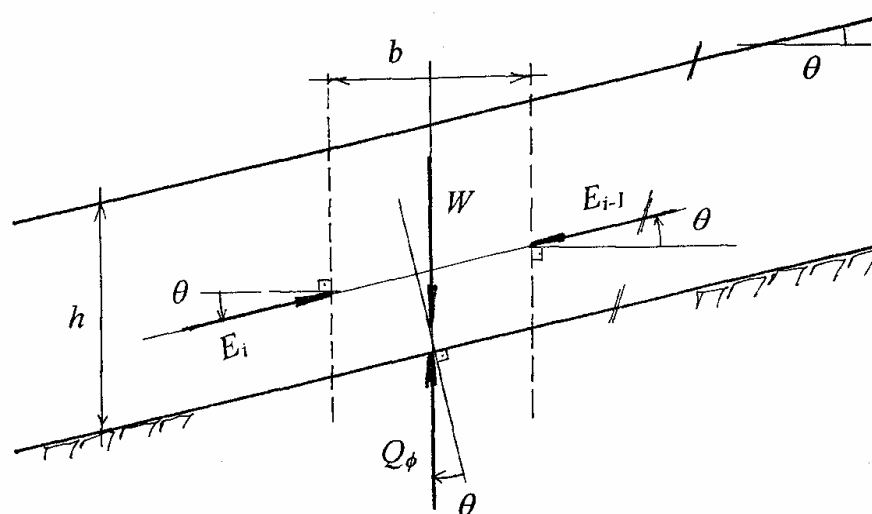
Analizirajmo takšno »brezkrajno« dolgo nagnjeno pobočje za tri različne slučaje:

- pobočje je suho (brez talne vode),
- pobočje je docela zasičeno, gladina talne vode je na površju terena in
- gladina talne vode je na poljubni globini pod pobočnico.

Sloj zemljine nad podlago (bistveno manj deformabilna in z veliko boljšimi trdnostnimi karakteristikami) naj bo takšen, da ima nično kohezijo (nekoherentni materiali in koherentni materiali v židki do lahko gnetni konsistenci).

### **Suho brezkrajno nekoherentno pobočje:**

Na spodnji sliki je prikazano »suho« brezkrajno pobočje debeline  $h$ , ki je nagnjeno napram vodoravnici za kot  $\theta$ .



Slika 25: Brezkrajno ravno pobočje

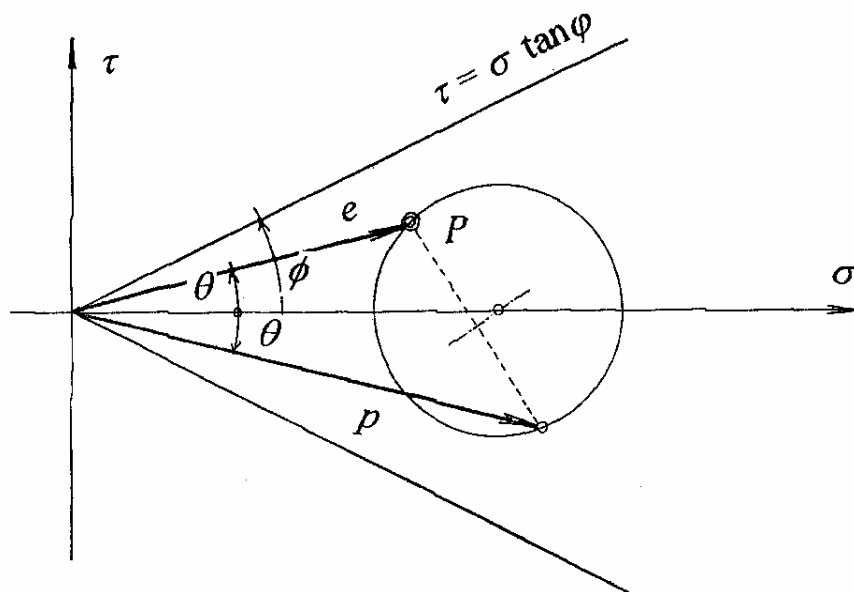
Pobočje lahko razdelimo na poljubno število enako širokih vertikalnih lamel (širine  $b$ ). Ker so vse lamele med seboj enake, so med seboj enake tudi vse medlamelne sile. Iz ravnovesnih pogojev sledi, da morajo biti smernice medlamelnih sil vzporedne pobočnici. Če je edina obtežba lamele teža zemljine ( $W$ ), potem je tudi smernica reaktivne sile  $Q_\varphi$  navpična. Iz prejšnje slike je razvidno, da oklepajo medlamelne sile ( $E_i$  in  $E_{i-1}$ ) z normalo na vertikalne mejnice kot  $\theta$ . Enak kot ( $\theta$ ) oklepa tudi reaktivna sila  $Q_\varphi$  z normalo na dno lamele.

Napetosti ( $e$ ) ob vertikalnih mejnicah se z globino linearno povečujejo (smatramo jih lahko kot mirne zemeljske pritiske), napetosti v prerezih, vzporednih s pobočnico, pa izračunamo po enačbi:

$$z: l = \frac{b}{\cos\theta} \Rightarrow W = b z \gamma, \quad p = \frac{W}{l}$$

$$p = \gamma z \cos\theta \tag{5.29}$$

Napetosti, ki učinkujejo v ploskvah z dvema različnima normalama tako, da so napetostni vektorji na ploskvah ene smeri vzporedni ploskvam druge smeri in obratno, so konjugirane napetosti. Na spodnji sliki je prikazan Mohrov napetostni krog, ki velja za napetostno stanje ob kontaktu zgornjega sloja s podlago.



Slika 26: Mohrov napetostni krog za napetosti v vertikalni mejnici in v ravnini vzporedni pobočnici za brezkrajna »suha« pobočja

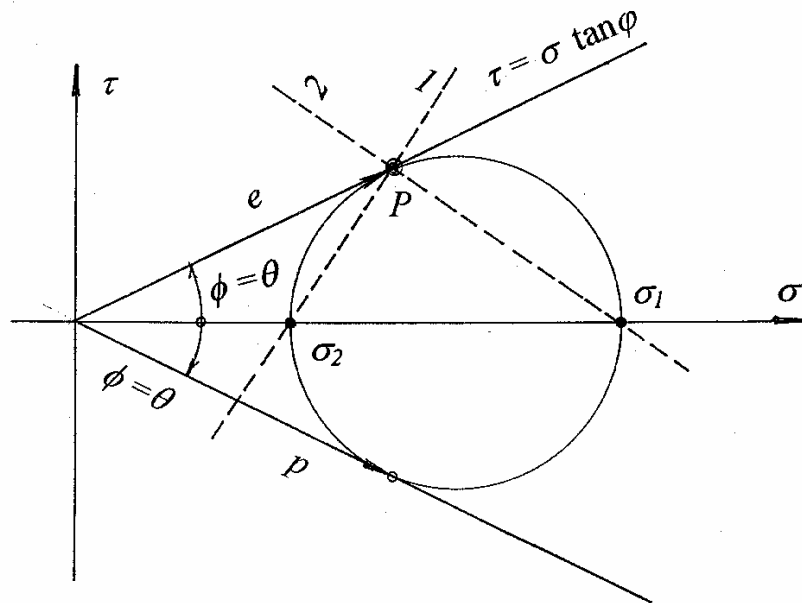
Da bi lahko narisali Mohrov napetostni krog, moramo poleg velikosti napetostnega vektorja ( $p$ ), ki deluje na dno lamele, poznati tudi velikost napetostnega vektorja ( $e$ ), ki deluje na vertikalno mejnico obravnavane lamele. Sponirajmo, da velja enačba:

$$e = k_0 p = 0.7 p \quad (5.30)$$

Za količnik mirnega zemeljskega pritiska  $k_0$  smo izbrali vrednost 0.7 (lahko bi uporabili tudi Jakyjev obrazec:  $k_0 = 1 - \sin \varphi$ ).

Če je nekoherentno pobočje nagnjeno za kot  $\theta$ , ki je manjši od strižnega kota  $\varphi$ , je takšno pobočje stabilno. To je razvidno iz Mohrovega napetostnega kroga na sliki (26), ki leži pod Coulombovo strižno premico. Da je nekoherentno pobočje z naklonom  $\theta < \varphi$  stabilno, pa smo ugotovili v prejšnjem poglavju (kritična ravna drsina pri nekoherentnih zemljinah je vedno pobočnica).

Če bi bilo brezkrajno nekoherentno pobočje nagnjeno za kot  $\theta$ , ki je enak strižnemu kotu  $\varphi$ , bi bilo pobočje v mejnem ravnovesju. Vse potencialne ravne drsine bi bile vzporedne pobočnici terena. To je razvidno iz naslednje slike, kjer je prikazan Mohrov napetostni krog za mejno napetostno stanje v brezkrajnem pobočju.

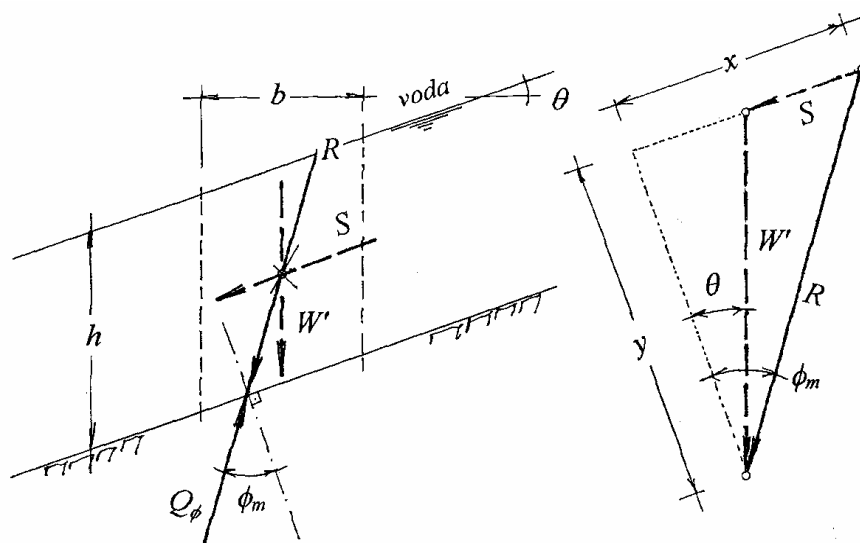


Slika 27: Mohrov napetostni krog za mejno napetostno stanje v brezkrainem nekoherentnem »suhem« pobočju

### ***Nekoherentno brezkraino pobočje z gladino talne voda na površju terena***

Če je v brezkrainem pobočju talna voda, deluje na izbrano lamelo talna voda s hidrostatskimi pritiski. Rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja določimo po postopku efektivnih prostorninskih tež. Iz ravnovesnih pogojev sledi, da morajo biti medlamelne sile enako velike, njihove smernice pa morajo biti vzporedne pobočnici.

Da bo pobočje v mejnem ravnovesju, mora biti reakcijska sila  $Q_\phi$  ob dnu lamele enako velika, kot je rezultanta gravitacijskega in hidravličnega polja  $R$  in ležati v isti smernici. Kot, ki ga oklepata sili  $R$  in  $Q_\phi$  z normalo na dno drsine, označimo s  $\phi_m$ .



Slika 28: Aktivne in reaktivne sile na izbrano lamelo brezkrainega pobočja s talno vodo na površju terena.

Iz slike (28) lahko izrazimo mobilizirani strižni kot na naslednji način:

$$\tan \varphi_m = \frac{x}{y} = \frac{S + W' \sin \theta}{W' \cos \theta} \quad (5.31)$$

$$\tan \varphi_m = \frac{h b \gamma_w i + h b (\gamma - \gamma_w) \sin \theta}{h b (\gamma - \gamma_w) \cos \theta} \quad (5.32)$$

Če upoštevamo:

$$i = \sin \theta \quad (5.33)$$

dobimo po ureditvi enačbe (5.32) izraz:

$$\tan \varphi_m = \frac{\gamma}{\gamma - \gamma_w} \tan \theta = \frac{\gamma'}{\gamma} \tan \theta \quad (5.34)$$

oziroma:

$$\tan \theta = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma} \tan \varphi_m = \frac{\gamma'}{\gamma} \tan \varphi_m \quad (5.35)$$

Iz enačbe (5.35) je razvidno, da mora biti naklon pobočja, v katerem je talna voda do površja terena, bistveno manjši od strižnega kota, če naj bo takšno pobočje stabilno. Grobo ocenjeno velja:

$$\tan \theta \approx 0.5 \tan \varphi \quad (5.36)$$

Zaključek:

*talna voda bistveno poslabšuje stabilnostne razmere v temeljnih tleh.*

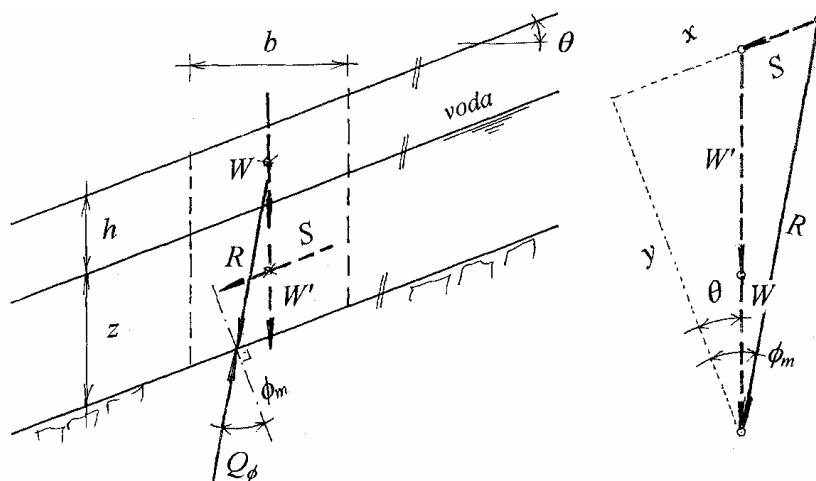
### ***Nekoheretno brezkraino pobočje z gladino talne vode v poljubni globini pod površjem terena***

Za takšen primer so aktivne in reaktivne sile prikazane na sliki (29). Glede smernic aktivnih in reaktivnih sil veljajo enake ugotovitve, kot v prejšnjem primeru.

Iz slike (29) lahko izrazimo mobilizirani strižni kot na naslednji način:

$$\tan \varphi_m = \frac{x}{y} = \frac{S + W' \sin \theta + W \sin \theta}{W' \cos \theta + W \cos \theta} \quad (5.37)$$

$$\tan \varphi_m = \frac{z b \gamma_w \sin \theta + z b (\gamma - \gamma_w) \sin \theta + \gamma h b \sin \theta}{z b (\gamma - \gamma_w) \cos \theta + \gamma h b \cos \theta} \quad (5.38)$$



Slika 29: Aktivne in reaktivne sile na izbrano lamelo brezkrainega pobočja s talno vodo v poljubni globini pod površjem terena.

Po ureditvi enačbe (5.38) dobimo:

$$\tan \varphi_m = \frac{\gamma(z+h) \tan \theta}{(\gamma - \gamma_w)z + \gamma h} = \frac{\tan \theta}{1 - \frac{\gamma_w}{\gamma} \frac{z}{z+h}} \quad (5.39)$$

oziroma:

$$\tan \theta = \tan \varphi \left( 1 - \frac{\gamma_w}{\gamma} \frac{z}{z+h} \right) \quad (5.40)$$

Iz enačbe (5.40) je razvidno, da mora biti tudi v tem primeru naklon pobočja, v katerem je talna voda v poljubni globini pod površjem terena, manjši od strižnega kota, če naj bo takšno pobočje stabilno.

Če privzamemo za  $z$  (višino talne vode od dna sloja) vrednost 0, dobimo rešitev za »suho« pobočje, če pa je  $h = 0$ , dobimo rešitev za polno zasičeno pobočje.

Enačbo (5.39) oziroma (5.40) lahko razrešimo tudi na spremenljivko  $z$ :

$$z = \frac{h}{\frac{\gamma_w/\gamma}{1 - \tan \theta / \tan \varphi} - 1} \quad (5.41)$$

Zaključek:

Pogosto so nekoherentna brezkraina pobočja s talno vodo v neki globini pod površjem terena stabilna. Zaradi izrednih vremenskih razmer se gladina talne vode dvigne nad običajno višino. Na ta račun so presežena mejno napetostna stanja in v naravi takšno

pobočje splazi. Če želimo preprečiti nastanek plaz, moramo v takšnih primerih preprečiti dvig talne vode nad še dopustno višino. V pobočje moramo vgraditi ustrezní drenažni sistem.

### 5.3 Lamelna metoda

Kadar tla niso homogena, ali če izvajamo stabilnostne analize s tako imenovanimi poligonalnimi drsinami (poligonalna drsina je takšna drsina, ki sestoji iz različno nagnjenih ravnih drsin, med odseki ravnih drsin so lahko vključeni tudi odseki krožnih drsin), moramo stabilnostne analize izvesti po lamelni metodi.

Če pobočje razdelimo na  $n$  vertikalnih lamel, moramo za vsako lamelo posebej izpolniti ravnotežne pogoje. Pri tem moramo upoštevati pogoj, da so medlamelne sile na mejnicah med dvema zaporednima lamelama enake.

Za  $6n - 2$  neznank imamo na razpolago  $4n$  enačb. Da bi lahko problem rešili, moramo  $2n - 2$  neznank v naprej predpostaviti. Dobljene rezultate za ostalih  $4n$  neznank, moramo kvantitavno in kvalitativno oceniti.

S predpostavko  $2n - 2$  neznank imamo v resnici na razpolago  $4n$  enačb za določitev  $4n$  neznank. Problema pa ne moremo rešiti kot sistem  $4n$  enačb!

Ločimo grafične in numerične postopke.

#### **Grafični postopki:**

V grafičnih stabilnostnih analizah po lamelni metodi, predpostavimo za vsako medlamelno silo njeno smernico in prijemališče (Fellenius). Edino na ta način predpostavimo v naprej  $2n - 2$  neznank. Za določitev preostalih  $4n$  neznank imamo na razpolago  $4n$  enačb.

Postopek poteka po naslednjem vrstnem redu:

(I)

- za vsako lamelo določimo rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja  $R_i$ ,
- predpostavimo prijemališča in smeri medlamelnih sil  $E_1$  do  $E_{n-1}$ .

(II)

Predpostavimo količnik varnosti  $F$

- za vsako lamelo določimo mobilizirano vrednost kohezije  $c_{mi} = c_i / F$ ,
- za vsako lamelo izračunamo reaktivno kohezijsko silo  $T_{cmi} = c_{mi} l_i$ ,
- smernica kohezijske sile  $T_{cmi}$  je v dnu lamele, če je dno ravno (ravna drsina), če pa je dno ukrivljeno (krožna drsina), je smernica kohezijske sile vzporedna tetivi, ki veže krajni točki dna lamele,
- za vsako lamelo določimo mobilizirano vrednost strižnega kota  $\tan \varphi_{mi} = \tan \varphi_i / F$ ,

- smernica reaktivne sile  $Q_{\varphi_{mi}}$  oklepa z normalo na dno lamele kot  $\varphi_{mi}$  pri ravnem dnu lamele, pri ukrivljenem dnu lamele, pa si pomagamo s pomožnim krogom s polmerom  $e_i = r \sin \varphi_{mi}$  in s središčem v središču krožne drsine. Smernica  $Q_{\varphi_{mi}}$  tangira takšen pomožni krog.

(III)

- Zaporedoma, od vrha (začetka) drsine proti dnu (koncu) drsine, iščemo za vsako lamelo mejno ravnovesje. Drugače povedano: rezultanto vseh znanih sil (aktivnih in reaktivnih) v  $i$ -ti lameli  $R''_i$ , uravnovesimo z dvema neznanima reaktivnima silama  $E_i$  in  $Q_{\varphi_{mi}}$ .
- Ko uravnovesimo obravnavano lamelo, fizikalno presodimo dobljene rezultate.

Ali smo predpostavili pravo vrednost količnika varnosti, ugotovimo praviloma na koncu, ko uravnovesimo zadnjo lamelo.

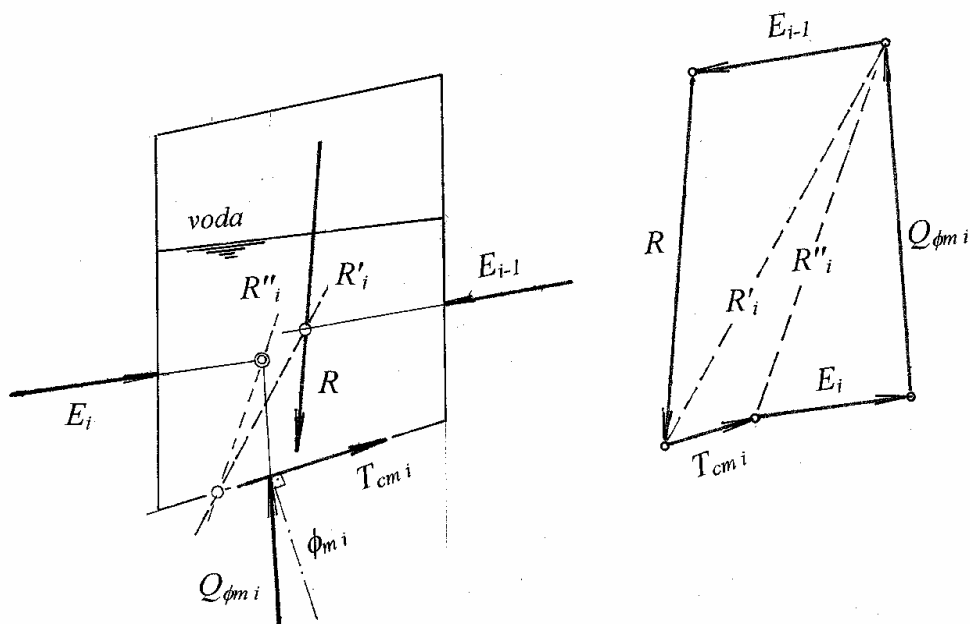
Zaradi preglednosti grafičnega postopka, običajno postopamo po naslednjem vrstnem redu:

1. Medlamelno silo  $E_{i-1}$ , ki leži na mejnici med predhodno in trenutno obravnavano lamelo, združimo z rezultanto gravitacijskega in hidravličnega polja obravnave lamele  $R_i$  v novo rezultanto  $R'_i$ .
2. Tej sili prištejemo reaktivno kohezijsko silo  $T_{cm_i}$ , dobimo novo rezultanto  $R''_i$ .
3. Silo  $R''_i$  razstavimo v reaktivni sili  $E_i$  in  $Q_{\varphi_{mi}}$ . Da bo izpolnjen momentni ravnovesni pogoj, se morajo sile  $R''_i$ ,  $E_i$  in  $Q_{\varphi_{mi}}$  sekati v isti točki. To točko določa presečišče smernic sil  $R''_i$  in  $E_i$ .
4. Dobljene rezultate fizikalno presodimo. Važno so naslednje presoje: (i) ali je usmerjenost iskane reaktivne medlamelne sile  $E_i$  pravilna (usmerjena mora biti proti vrhu ali začetku drsine), (ii) ali je usmerjenost iskane reaktivne sile  $Q_{\varphi_{mi}}$  pravilna (usmerjena mora biti proti vrhu terena) in (iii) ali je lega reaktivne sile  $Q_{\varphi_{mi}}$  sprejemljiva (prijemališče te sile mora biti znotraj srednje tretjine dna lamele).

Če dobljeni rezultati v obravnavni lameli fizikalno niso sprejemljivi, moramo predpostavke o legi in prijemališču medlamelnih sil spremeniti. Če dobimo nasprotno usmerjeno medlamelno reaktivno silo kot pričakujemo, je to znak, da je predpostavljeni količnik varnosti prenizek. Postopek ponovimo od začetka (začnemo zopet s prvo lamelo).

Sile v posamezni lameli seštevamo v silnem poligonu. Lege delnih rezultat (dveh sil) določamo v geološko – geotehničnem prerezu tal. Lego rezultante dveh sil določa presečišče smernic teh dveh sil. Smer delnih rezultat je definirana v silnem poligonu.

Prej opisani postopek uravnoteženja obravnavane lamele je prikazan na naslednji sliki.



Slika 30: Grafičen postopek za določitev ravnovesja posamezne lamele

Ko smo prišli z uravnoteženjem lamel do konca, lahko preverimo, če smo predpostavili pravilno vrednost količnika varnosti. V zadnji lameli (n-ti) mora biti delna rezultanta  $R''_n$  v ravnovesju z zadnjo reaktivno silo  $Q_{\phi m n}$ . To pomeni, da mora delna rezultanta  $R''_n$  oklepati z normalo na dno zadnje lamele kot  $\phi_{m n}$ .

Le v redkih slučajih bo ta pogoj izpolnjen. Označimo kot, ki ga oklepa zadnja delna rezultanta  $R''_n$  z normalo na dno lamele s  $\phi^*_n$ . Realno sta možna slučajja:

(1)

$$\phi^*_n > \phi_{m n} \Rightarrow F^* = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi^*_n}, \quad F = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_{m n}} \quad (5.42)$$

$$F^* < F \quad (5.43)$$

Zaključek:

Predpostavili smo prevelik količnik varnosti. Postopek ponovimo od začetka, z nekoliko manjšim količnikom varnosti  $F$ .

(2)

$$\phi^*_n < \phi_{m n} \Rightarrow F^* = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi^*_n}, \quad F = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_{m n}} \quad (5.44)$$

$$F^* > F \quad (5.45)$$

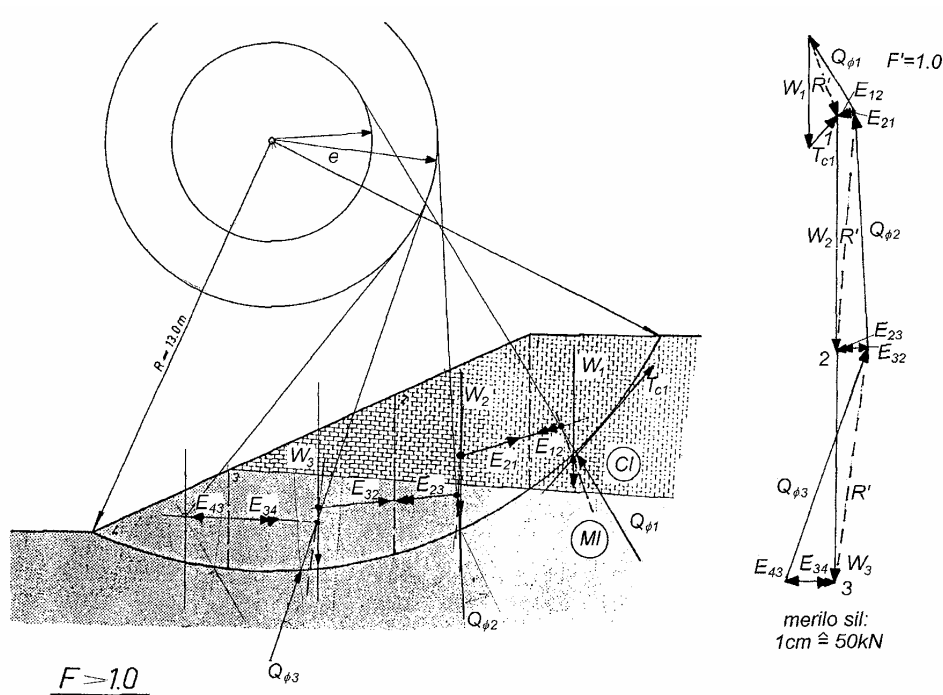
Zaključek:

Predpostavili smo premajhen količnik varnosti. Postopek ponovimo od začetka, z nekoliko večjim količnikom varnosti  $F$ .

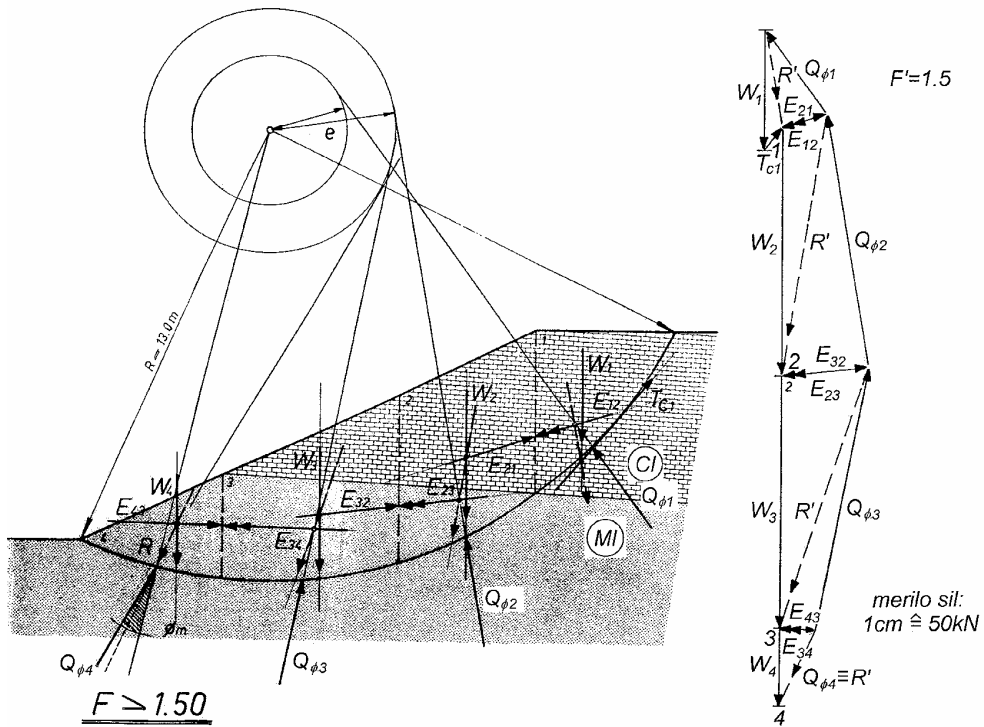
Za novo predpostavljeno vrednost količnika varnosti  $F$ , ponovimo opisani postopek od točke (II) do konca točke (III).

Na naslednjih treh slikah (31) do (32) je prikazan grafičen postopek lamelne metode v treh iteracijah ( $F_1 = 1$ ,  $F_2 = 1.5$  in  $F_3 = 1.7$ ).

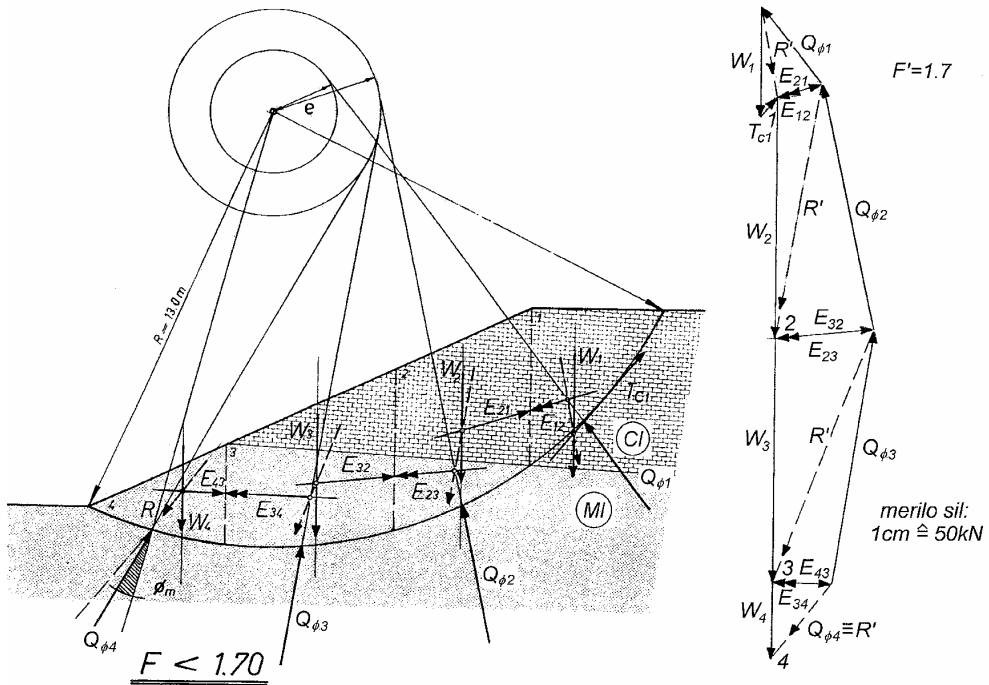
Grafična lamelna metoda je zamudna. Napram numeričnim lamelnim metodam, ima grafični postopek to prednost, da pri grafičnem postopku nedvoumno vidimo: (i) kako vplivajo na rezultirajoči količnik varnosti predpostavke za smernice in prijemališča medlamelnih reaktivnih sil, (ii) dobljene rezultate (velikosti reaktivnih sil in njihovo lego) lahko fizikalno ocenimo in (iii) z grafičnim postopkom pri lamelni metodi, dobimo vedno (bolj ali manj natančno) **pravilno** vrednost rezultirajočega količnika varnosti.



Slika 31: Grafičen postopek lamelne metode za predpostavljeno vrednost količnika varnosti  $F = 1.0$



Slika 32: Grafičen postopek lamelne metode za predpostavljeno vrednost količnika varnosti  $F = 1.5$



Slika 33: Grafičen postopek lamelne metode za predpostavljeno vrednost količnika varnosti  $F = 1.7$

## **Numerični postopki stabilnostnih analiz**

Kot smo že uvodoma povedali (točka 3.0, stran 11), se različni numerični postopki stabilnostnih analiz med seboj razlikujejo po predpostavkah, s katerimi so različni avtorji skušali zmanjšati število  $6n - 2$  neznank, za rešitev katerih je na voljo samo  $4n$  enačb.

Numeričnih postopkov je več. Starejša in naj bolj pogosto uporabljena sta numerična postopka Janbujaja (za stabilnostne analize s poligonalnimi drsinami) in Bishopa ((za stabilnostne analize s krožnimi drsinami).

Na osnovah različnih numeričnih postopkov, so pripravljene različni računalniški programi. V Sloveniji se med drugimi programi zelo pogosto uporabljata računalniška programa BISHOP (izpopolnjena verzija AB – Automatski Bishop) in JANBU, ki sta bila razvita na UL FGG.

Za pravilnost izvedenih izračunov je odgovoren vedno uporabnik različnih računalniških programov.

### **Bishopov numerični postopek:**

S posebnim postopkom reševanja ravnovesnih enačb, ob upoštevanju Coulombovega strižnega zakona:

$$\sum M^0 = 0 \quad (5.46)$$

$$\tau_m = \frac{1}{F} (c + \sigma \tan \varphi) \quad (5.47)$$

$$\sum Y = 0 \quad (5.48)$$

$$\sum T = 0 \quad (5.49)$$

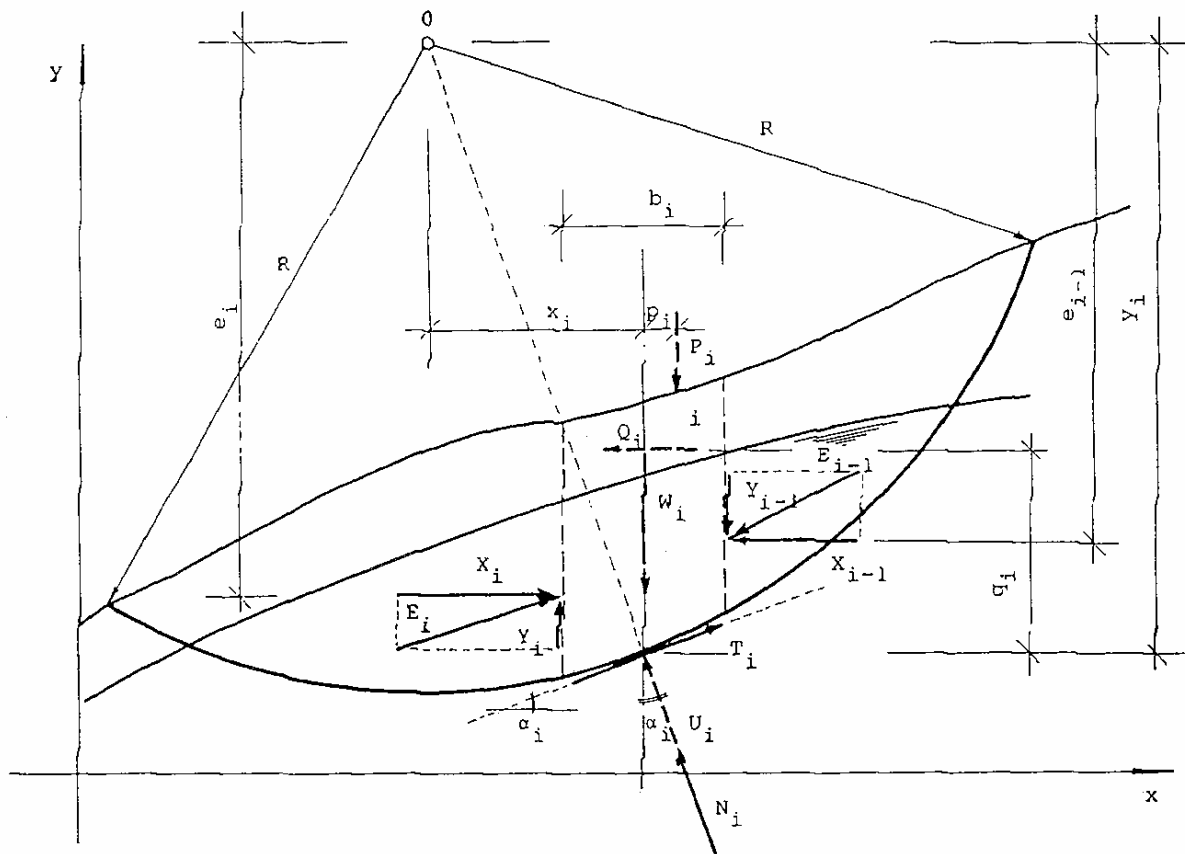
za vsako lamelo in za vse lamele hkrati, je Bishop izvedel naslednjo enačbo za izračun količnika varnosti  $F$ :

$$F = \frac{1}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i + M^*} \times \sum_{i=1}^n \frac{c_i b_i + [W_i + P_i - u_i b_i] \tan \varphi_i}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \varphi_i \sin \alpha_i}{F}} \quad (5.50)$$

Enačba (5.50) za izračun količnika varnosti je preprosta. Običajno se ta enačba rešuje numerično po Newtonovemu postopku. Če smo področje med pobočnico terena in predpostavljeno drsino razdelili na  $n$  lamel, ima enačba (5.50)  $n$  rešitev za količnik varnosti. Prava rešitev je največji količnik varnosti.

V enačbi (5.50) smo z oznako  $M^*$  označili momente točkovnih sil  $P_i$  in  $Q_i$  na središče krožne drsine, deljene s polmerom drsine  $r$ .

Na spodnji sliki so prikazane vse količine za numerično stabilnostno analizo po Bishopovem postopku.



Slika 34: Oznake za Bishopov numerični postopek stabilnostne analize krožne drsine.

### Janbujev numerični postopek:

Za razliko od Bishopovega postopka, je Janbujev postopek iterativen. Oznake za numerično stabilnostno analizo po postopku Janbuja so prikazane na sliki (44).

S posebnim postopkom reševanja ravnovesnih enačb, ob upoštevanju Coulombovega strižnega zakona:

$$\sum X = 0 \quad (5.51)$$

$$\sum Y = 0 \quad (5.52)$$

$$\tau_m = \frac{1}{F} (c + \sigma \tan \varphi) \quad (5.53)$$

$$\sum M^* = 0 \quad (5.54)$$

za vsako lamelo in za vse lamele hkrati, je Janbu izvedel naslednjo enačbo za izračun količnika varnosti  $F$ :

$$F = \frac{F}{\sum_{i=1}^n \{ Q_i + [W_i + P_i - \Delta Y_i] \tan \alpha_i \} - (X_n - X_0)} \times$$

$$\times \sum_{i=1}^n \frac{c_i b_i + [W_i + P_i - u_i b_i - \Delta Y_i] \tan \varphi_i}{\cos^2 \alpha_i (F + \tan \alpha_i \tan \varphi_i)}$$

(5.55)

Tudi enačba (5.55) za izračun količnika varnosti se rešuje numerično po Newtonovem postopku. Če smo področje med pobočnico terena in predpostavljeno drsino razdelili na  $n$  lamel, ima tudi enačba (5.55)  $n$  rešitev za količnik varnosti. Prava rešitev je največji količnik varnosti.

V enačbi (5.55) so poleg znanih količin, tudi neznane vrednosti reaktivnih vertikalnih medlamelnih sil, oziroma njihove razlike  $\Delta Y_i$ . V prvi iteraciji izračunamo količnik varnosti  $F$  s predpostavko, da so vse razlike vertikalnih lamelnih sil enake 0 ( $\Delta Y_i = 0$ ).

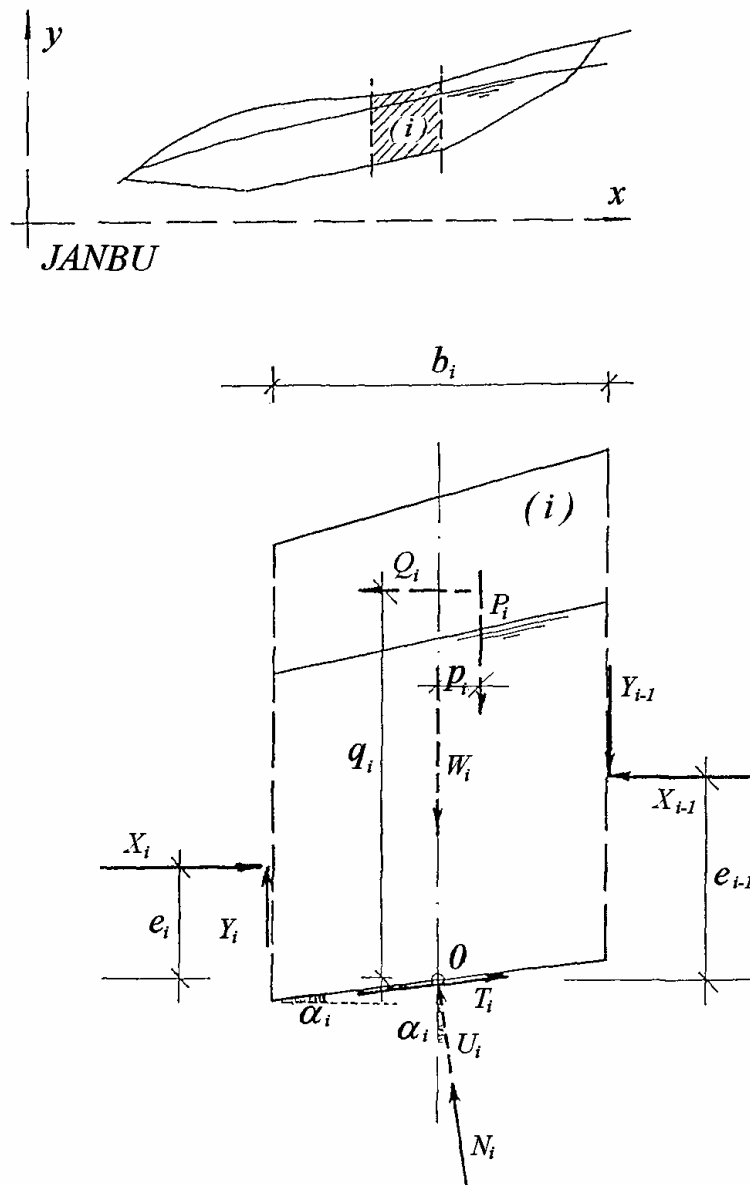
V nadaljevanju izračunamo, po napisanem vrstnem redu, neznane reaktivne sile v posameznih lamelah:

$$N_i = \frac{\frac{1}{\cos \alpha_i} \left[ W_i + P_i - u_i b_i - \Delta Y_i - \frac{1}{F} c_i b_i \tan \alpha_i \right]}{1 + \frac{\tan \alpha_i \tan \varphi_i}{F}} \quad (5.56)$$

$$T_i = \frac{1}{F} [c_i s_i + N_i \tan \varphi_i] \quad (5.57)$$

$$X_i = X_{i-1} + Q_i + [W_i + P_i - (Y_i - Y_{i-1})] \tan \alpha_i - \frac{1}{F \cos \alpha_i} [c_i s_i + N_i \tan \varphi_i] \quad (5.58)$$

$$Y_i = -Y_{i-1} + 2X_{i-1} \frac{e_{i-1}}{b_i} - 2X_i \frac{e_i}{b_i} + Q_i \frac{2q_i}{b_i} - P \frac{2p_i}{b_i} \quad (5.59)$$



Slika 45: Oznake za Janbujev numerični postopek stabilnostne analize poligonalne drsine.

V drugi iteraciji izračunamo količnik varnosti  $F$  z vrednostmi vertikalnih mejnih sil oziroma njihovih razlik  $\Delta Y_i$ , ki smo jih izračunali po enačbi (5.59).

Iterativni postopek ponavljamo toliko časa, dokler ni v zadnjih dveh zaporednih iteracijah razlika izračunanih količnikov varnosti minimalna (običajno  $\Delta F < 0.005$ ).

## 6.0 Zaključek

V geotehnični stroki so tri pomembne naloge, ki jih moramo vedno rešiti. Te naloge so:

1. Kakšni bodo posedki tal in objekta, ki ga bomo zgradili?
2. Kdaj se bodo ti posedki izvršili?
3. Ali smemo temeljna tla obremeniti (razbremeniti), ne da bi s tem povzročili porušitev tal (in objekta)?

V prejšnjih poglavjih smo posvetili pozornost reševanju 3. naloge.

Do porušitve temeljnih tal pride takrat, kadar so v temeljnih tleh dosežena mejna napetostna stanja.

Pokazali smo, da lahko varnost temeljnih tal pred porušitvijo raziščemo s stabilnostnimi analizami. S stabilnostnimi analizami določimo iz mejnega ravnovesja togega telesa tisto strižno odpornost tal, ki je potrebna, da je togo zemljinsko telo, omejeno s pobočnico terena in predpostavljeno drsino, v mejnem ravnovesju. Mejno ravnovesje je izkazano pri neki mobilizirani strižni odpornosti tal.

Ali obstaja nevarnost zdrsa tal po predpostavljeni drsni ploski, se izkaže z velikostjo rezultirajočega količnika varnosti  $F$ , to je s količnikom med dejansko in za ravnovesje potrebno strižno odpornostjo tal.

Pri tolmačenju rezultatov stabilnostnih analiz, je treba upoštevati naslednje zaključke:

1. V naprej ne poznamo drsine po kateri bi lahko zemljinsko telo zdrsnilo. Stabilnostne analize moramo izvesti za večje število potencialnih drsin. **Za presojo varnosti tal napram porušitvi, je merodajen najnižji rezultirajoči količnik varnosti ( $F_{min}$ )!**

Različne stabilnostne analize se med seboj razlikujejo:

- **po metodi:** rezultatna ali lamelna,
  - **po postopku:** grafičen, analitičen ali numeričen,
  - **po obliki predpostavljenih potencialnih drsin** (krožne, ravne, poligonalne),
  - **po upoštevanju eksperimentalnih podatkov o strižni trdnosti zemljin** v stabilnostnih analizah (drenirana ali nedrenirana strižna trdnost) in
  - po tem, ali preverjamo stabilnost tal takoj po obremenitvi (razbremenitvi) **v začetku konsolidacije tal**, ali preverjamo stabilnost tal **po končani konsolidaciji**.
2. V vsakdanji praksi, kjer je potrebno stabilnostne analize izvesti za izredno veliko število potencialnih drsin, izvajamo stabilnostne analize po numeričnih postopkih (n.pr.: Bishop, Janbu). Grafo – analitični postopki so primerni za poučevanje in razumevanje problematike.

3. Zelo važna je oblika predpostavljenih potencialnih drsin. Ponavadi kombiniramo krožne drsine s poligonalnimi drsinami ali pa ravne drsine s krožnimi ali s poligonalnimi drsinami.

Eksperimentalno lahko s terenskimi in / ali laboratorijskimi preiskavami določimo nedrenirano strižno trdnost ( $\tau_u = c_u$ ) in drenirano strižno trdnost ( $\tau = c' + \sigma' \tan \varphi'$ ).

4. S prvo, nedrenirano strižno trdnostjo  $\tau_u = c_u$ , običajno izvajamo stabilnostne analize v začetku konsolidacije (v nedreniranih pogojih), takoj po obremenitvi ali razbremenitvi tal. V naravi so stabilnostne razmere najbolj kritične takoj po obremenitvi ali razbremenitvi tal.
5. Če upoštevamo v stabilnostnih analizah v začetku konsolidacije drenirano strižno trdnost  $\tau = c' + \sigma' \tan \varphi'$ , moramo upoštevati v temeljnih tleh presežne porne tlake, ki jih je povzročila obremenitev ali razbremenitev tal.
6. Stabilnostne analize po končani konsolidaciji tal, izvajamo z drenirano strižno trdnostjo. Po končani konsolidaciji presežni porni tlaki zaradi obremenitve ali razbremenitve tal upadejo na nične vrednosti.